

工程硕士数学考试大纲与要求

(包括高等数学和线性代数)

第一部分：高等数学

一、函数、极限与连续

【考试内容】函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限与右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质.

【考试要求】

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示法,并会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.
5. 了解极限的概念,了解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系.
6. 掌握极限的性质及四则运算法则.
7. 了解极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,会利用两个重要极限求极限.
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念,掌握无穷小量的比较方法,会用等价无穷小量求极限.
9. 了解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,了解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

二、一元函数微分学

【考试内容】导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 洛必达(L'Hospital)法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值.

【考试要求】

1. 了解导数和微分的概念,了解导数与微分的关系,了解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解函数的可导性与连续性之间的关系.
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式,了解微分的四则运算法则,会求函数的微分.

- 了解高阶导数的概念,会求简单函数的高阶导数.
- 会求分段函数的导数,会求隐函数和由参数方程所确定的函数的导数.
- 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法.
- 了解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用.
- 会用导数判断函数图形的凹凸性,会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线,会描绘函数的图形.

三、一元函数积分学

【考试内容】原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿—莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 反常(广义)积分 定积分的应用

【考试要求】

- 了解原函数概念,了解不定积分和定积分的概念.
- 掌握不定积分的基本公式,掌握不定积分和定积分的性质,会用换元积分法与分部积分法计算不定积分和定积分.
- 会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分.
- 理解积分上限函数,会求它的导数,掌握牛顿——莱布尼茨公式.
- 了解反常积分的概念,会计算简单的反常积分.
- 掌握用定积分表达和计算一些几何量(平面图形的面积、旋转体的体积、平面曲线的弧长)及函数的平均值等.

四、向量代数与空间解析几何

【考试内容】向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程 直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 柱面 旋转曲面 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程

【考试要求】

- 理解空间直角坐标系、了解向量的概念及其表示.
- 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积),了解两个向量垂直、平行的条件.
- 了解单位向量、方向角与方向余弦、向量的坐标表达式,掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.
- 掌握平面方程和直线方程及其求法.
- 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角.
- 会求点到直线以及点到平面的距离.
- 了解曲面方程和空间曲线方程的概念.
- 了解常用二次曲面的方程及其图形,会求简单的柱面和旋转曲面的方程.
- 了解空间曲线的参数方程和一般方程.

五、多元函数微分学

【考试内容】多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 全微分存在的必要条件 多元复合

函数求导法、隐函数的求导法 二阶偏导数 空间曲线的切线与法平面 曲面的切平面与法线
多元函数的极值和条件极值 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

【考试要求】

1. 了解多元函数的概念,了解二元函数的几何意义.
2. 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.
3. 了解多元函数的偏导数和全微分的概念,会求全微分,了解全微分存在的必要条件.
4. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.
5. 了解隐函数存在定理,会求多元隐函数的偏导数.
6. 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念,会求它们的方法.
7. 了解多元函数极值和条件极值的概念,掌握多元函数极值存在的必要条件,了解二元函数极值存在的充分条件,会求二元函数的极值,会用拉格朗日乘法求条件极值,会求简单多元函数的最大值和最小值,并会解决一些简单的应用问题.

六、多元函数积分学

【考试内容】二重积分的概念、性质、计算和应用 两类平面曲线积分的概念、性质及计算格林(Green)公式 平面曲线积分与路径无关的条件

【考试要求】

1. 了解二重积分的概念,了解二重积分的性质.
2. 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标).
3. 会用重积分求一些几何量与物理量(体积、曲面面积、质量等).
4. 了解两类平面曲线积分的概念,了解两类平面曲线积分的性质.
5. 掌握计算两类平面曲线积分的方法.
6. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件。

七、无穷级数

【考试内容】常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质 正项级数收敛性的判别法 几何级数与 p 级数及其收敛性 交错级数与莱布尼茨定理 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 函数项级数的收敛域与和函数的概念 幂级数及其收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式

【考试要求】

1. 了解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念,知道级数的基本性质,掌握级数收敛的必要条件.
2. 掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件.
3. 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法,会用根值判别法.
4. 掌握交错级数的莱布尼茨判别法.
5. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念.
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念.
7. 了解幂级数收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.
8. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分),会求一些幂级数在收敛区间内的和函数,并会由此求出某些数项级数的和.
9. 掌握 $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x)$ 及 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林(Maclaurin)展开式,会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数.

八、常微分方程

【考试内容】常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 伯努利(Bernoulli)方程、全微分方程 可降阶的二阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 微分方程的简单应用

【考试要求】

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念.
2. 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法,会解齐次微分方程.
3. 会解伯努利方程和全微分方程 .
4. 会用降阶法解下列形式的微分方程 : $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$
5. 了解线性微分方程解的性质及解的结构.
6. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法
7. 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和的二阶常系数非齐次线性微分方程.
8. 会用微分方程解决一些简单的应用问题.

第二部分：线性代数

一、行列式

【考试内容】行列式的概念和基本性质 行列式按行（列）展开定理

【考试要求】

1. 了解行列式的概念，掌握行列式的性质，
2. 会应用行列式的性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式。

二、矩阵

【考试内容】矩阵的概念 矩阵的线性运算 矩阵的乘法 方阵的幂 方阵乘积的行列式 矩阵的转置 逆矩阵的概念和性质 矩阵可逆的充分必要条件 伴随矩阵 矩阵的初等变换 初等矩阵 矩阵的秩 矩阵的等价 分块矩阵及其运算

【考试要求】

1. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵以及它们的性质
2. 掌握矩阵的各种运算(矩阵的乘法、矩阵的转置、方阵的幂；方阵乘积的行列式)
3. 了解逆矩阵的概念、性质及矩阵可逆的充分必要条件，会用各种方法求矩阵的逆矩阵.
4. 掌握矩阵的初等变换，会用初等变换解决有关问题。了解并会计算矩阵的秩。
5. 了解分块矩阵及其运算

三、向量

【考试内容】向量的概念；向量的线性组合和线性表示 向量组的线性相关与线性无关 向量组的极大线性无关组 等价向量组 向量组的秩 向量组的秩与矩阵的秩之间的关系

【考试要求】

1. 了解 n 维向量、向量的线性组合与线性表示的概念；
2. 了解向量组线性相关与线性无关的概念；掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法；
3. 会求向量组的极大线性无关组和向量组的秩；了解向量组的秩与矩阵的秩之间的关系，会用矩阵的秩解决有关问题。

四、线性方程组

【考试内容】线性方程组的克莱姆（Cramer）法则 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件 非齐次线性方程组有解的充分必要条件 线性方程组解的性质和解的结构 齐次线性方程组的基础解系和通解 非齐次线性方程组的通解

【考试要求】

1. 了解线性方程组的克莱姆（Cramer）法则；
2. 了解齐次线性方程组有非零解和非齐次线性方程组有解的充分必要条件；
3. 了解齐次线性方程组的基础解系、通解的概念；
4. 掌握非齐次线性方程组的解的结构及通解的概念；
5. 掌握用初等行变换求齐次和非齐次线性方程组的通解的方法。

五、矩阵的特征值与特征向量

【考试内容】矩阵的特征值与特征向量的概念、性质 相似变换、相似矩阵的概念与性质 矩阵可相似对角化的充分必要条件及相似对角矩阵 实对称矩阵的特征值与特征向量及其相似对角矩阵

【考试要求】

1. 了解矩阵的特征值与特征向量的概念、性质，会求矩阵的特征值与特征向量；
2. 了解相似矩阵的概念与性质，了解矩阵可相似对角化的充分必要条件，了解矩阵相似对角化的方法
3. 掌握实对称矩阵的特征值与特征向量的性质。