

数分西工大 20/2

1. ~~证~~ $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 用 $\epsilon - N$ 语言证 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$

2. (1) $\frac{1}{n} \ln(1+x) \sim \sqrt{x}$

(2) 证 $\sqrt{x} \ln(1+x)$ 的导数有界

(3) 证 $\sqrt{x} \ln(1+x)$ 一致连续

3. $f(x)$ 二阶可导. $f(x)$ 在 $x_0 \in (0,1)$ 取得最值

$$|f''(x)| \leq M$$

(1) 证: $|f(x_0) - f(0)| \leq M$

(2) 证: $|f(x_0) + f'(1)| \leq M$

4. $f(x)$ 非负连续

(1) 证 $\sum_{k=1}^n f(k) \sim \int_1^{n+1} f(x) dx$, 单调收敛

(2) ~~$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} \sim 2\sqrt{n+1}$ 收敛~~

5. (1) 证明 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{1-x^n}$ 在 $|x| < 1$ 收敛 $\textcircled{1}$

证明如下收敛 (30)

(2) 证明一致收敛

(3) 根据一致收敛, 交换一下

求和与求极限的顺序

6. 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin nx}{n} = 0$ (10)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin nx}{n} = 0$$

7. 证明 $\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy = \frac{1}{3}$

① 几何法

$$\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy = \frac{1}{3}$$

8. $x^2 + x - 1 = 0$. 证明根在 $(0, 1)$ 上

① 根在 $(0, 1) \subseteq \mathbb{R}$

② x_n 为 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根. 则 $\sup P x_n = 1$