

1. 以符号形式写出下列命题, 并判断什么情况下, 该命题是真的: "说戏院是寒冷的而且人们常去的地方是不对的, 并且说别墅是温暖的或者戏院是讨厌的也是假的。"

(10分)  $(\neg(P \wedge Q)) \wedge (R \vee S)$  是 T,  $((\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg R \vee \neg S)) \vee ((\neg R \wedge \neg S) \wedge (\neg P \wedge \neg Q))$   
P: 戏院是寒冷的; Q: 戏院是人们常去的地方;  
R: 别墅是温暖的; S: 戏院是讨厌的;

2. 设  $R_1$  和  $R_2$  是集合  $A$  上的任意关系, 判断以下论断的正确性, 若是正确的论断请给出证明: (10分)

(1) 若  $R_1$  和  $R_2$  都是自反的, 则  $R_1 \cap R_2$  也是自反的;

(2) 若  $R_1$  和  $R_2$  都是对称的, 则  $R_1 \cap R_2$  也是对称的;

(3) 若  $R_1$  和  $R_2$  都是反对称的, 则  $R_1 \cap R_2$  也是反对称的;

(4) 若  $R_1$  和  $R_2$  都是传递的, 则  $R_1 \cap R_2$  也是传递的。

3. 利用求公式的范式的方法, 判断下列公式是恒真? 恒假? 可满足? (10分)

(1)  $(\neg P) \rightarrow (P \rightarrow Q) \wedge Q$

(2)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$

4. 试将公式  $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$  化为合取范式。(10分)

5. 指出下列命题的真值: (10分)

$\forall x (P \rightarrow Q(x)) \vee R(e)$

其中,  $P: 3 \geq 2$      $Q(x): x \leq 3$      $R(x): x > 5$      $e: 5$

定义域:  $D = \{-2, 3, 6\}$ .

6. 试将下列公式化成等价的前束范式: (10分)

(1)  $\exists x (\neg \exists y P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x)))$

7. 设  $A, B, C$  为三个任意集合, 试证明: (10分)

(1) 若  $A \times B = A \times C$ , 且  $A \neq \emptyset$ , 则  $B = C$ .

(2) 设  $(G, *)$  是一个群,  $(H_1, *)$  和  $(H_2, *)$  是  $(G, *)$  的两个子群, 证明  $(H_1 \cap H_2, *)$  也是  $(G, *)$  的子群。(10分)

8. 设  $G$  为图 (可能无限), 若  $G$  中无回路, 但若外加任意一边于  $G$  后就形成一回路, 试证明  $G$  必为树。(10分)

9. 证明连通图中两条最长简单路必有公共点。(10分)