

江苏工业学院

2010 年攻读硕士学位研究生入学考试（初试）试卷

考试科目：670 量子力学（本科目总分 150 分，考试时间 3 小时）
请考生注意：试题解答请务必写在专用“答题纸”上；其它地方的解答将视为无效答题，不予评分。

一、简答题（共 5 题，每题 10 分，共计 50 分）

1. 写出波函数的统计解释及波函数满足的三个标准条件。
2. 写出厄密算符的三个性质。
3. 写出关于电子自旋的乌伦贝克和哥德密斯脱假设。
4. 什么是费密子？什么是玻色子？
5. 什么是全同性原理和泡利不相容原理？

二、证明题（共 2 题，共计 25 分）

- 1.（本题 15 分）证明：厄密算符属于不同本征值的本征波函数之间相互正交。
- 2.（本题 10 分）证明下列对易关系：

$$(1) [\hat{x}, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{z} \quad (2) [\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$$

三、计算题（共 4 题，共计 75 分）

- 1.（本题 20 分）粒子在宽为 a 的一维无限深势阱

$$u(x) = \begin{cases} 0, & (-a < x < 0) \\ \infty, & x \leq -a, x \geq 0 \end{cases} \text{中运动,}$$

- 求：（1）粒子的能级和归一化波函数；
（2）粒子坐标的平均值；
（3）粒子动量的平均值。

- 2.（本题 20 分）已知在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中，算符 \hat{L}_y 的矩阵元为

$$\hat{L}_y = \frac{\sqrt{2}\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \text{求其本征值和本征波函数。}$$

3. (本题 15 分) 氢原子处在基态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$, 其中 a

为常数, 求: (1) r 的平均值; (2) 势能 $-\frac{e^2}{r}$ 的平均值; (3) 径向几率

密度最大的位置。

4. (本题 20 分) 线性谐振子的定态波函数为 $\psi_n(x) = N_n e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}} H_n(\alpha x)$,

试由测不准关系确定线性谐振子的基态能量。