# 常 州 大 学

## 2012 年硕士研究生入学考试初试试题（A 卷）

科目代码：601 科目名称：理学数学 满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

---

一、简答题：（共 15 题，共计 100 分）

1．（本题满分 6 分）如果 $f(0)=1, f'(0)=2$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-f(\sin x)}{x}$。

2．（本题满分 6 分）求曲线 $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=3\sin t \end{cases}$ 在参数 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 对应的点处的切线与 $x$ 轴，$y$ 轴围成的封闭图形的面积。

3．（本题满分 6 分）分别举出一组函数 $f(x)$，$g(x)$ 使得

（1）$f(x)$ 为单调增加函数，$g(x)$ 为单调增加函数，$f(x)+g(x)$ 也是单调增加函数；

（2）$f(x)$ 为单调增加函数，$g(x)$ 是单调减小函数，但 $f(x)+g(x)$ 仍是单调增加函数。

4．（本题满分 6 分）设 $y=\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^x$，求 $dy\big|_{x=1}$。

5．（本题满分 6 分）求解微分方程初值问题 $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}+xy=2x \\ y(0)=1 \end{cases}$。

6．（本题满分 7 分）求函数 $y=(1-x)x^{\frac{2}{3}}$ 的极值。

7．（本题满分 7 分）设曲线方程为 $x^2y+ax+by=0$，求 $a,b$ 的值，使得点 $A(2,\dfrac{5}{2})$ 为该曲线的拐点。

8．（本题满分 7 分）求 $y=\int_0^2 |x^2-3x+2|\,dx$。

9．（本题满分 7 分）若 $f'(e^x)=xe^{-x}$，且 $f(e)=1$，求 $f(x)$。

10．（本题满分 7 分）设 $u=f(x+y,xz)$，其中 $f$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}$。

11．（本题满分 7 分）求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x\sin x}\right)$。

12.（本题满分 7 分）求抛物线 $y=x^2$ 到直线 $2x-y-2=0$ 的最短距离。

13.（本题满分 7 分）计算 $\iint\limits_D (x^2+y)d\sigma$，其中 $D$ 是由 $y=x^2$ 与 $y^2=x$ 围成的平面闭区域。

14.（本题满分 7 分）设二元函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $\sin(x+\frac{z}{y})+e^{y+\frac{z}{x}}=1$ 确定的函数，求

$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$。

15.（本题满分 7 分）求过点 $M(1,0,1)$ 且与直线 $\begin{cases}x+2y=1\\2x+z=0\end{cases}$ 平行的直线方程。

二、（本题满分 10 分）

求函数 $f(x)=\frac{(x-1)\sin x}{|x|(x^2-1)}$ 的连续区间，并说明这个函数间断点的类型。

三、（本题满分 10 分）

设函数 $f(x)=\left(\frac{e^x+\pi^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$，求（1）$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$；（2）$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$。

四、（本题满分 10 分）

假设 $x>0$ 时，函数 $y(x)$ 满足微分方程 $y''-2y'+y=\frac{e^x}{x}$。（1）证明 $y=xe^x\ln x$ 是微分方程的一个解；（2）求出微分方程的通解。

五、（本题满分 10 分）

设 $f(x)=\int_0^x\frac{\cos^2 t}{\pi-t}dt$，求（1）$f'(x)$；（2）$\int_0^{\pi}f(x)dx$。

六、（本题满分 10 分）

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0$，$f(\frac{1}{3})=1$。证明在 $(0,1)$ 内至少存在一点 $\xi$ 使得 $f'(\xi)=2$。