南京邮电大学
2009年攻读硕士学位研究生入学考试
数字信号处理 试题

考生注意：答案写在答题纸上（包括填空题等），保持卷面整洁。

一．填空题（每空2分，共20分）

1．线性时不变离散因果系统的差分方程为 $y(n)=-2x(n)+5x(n-1)-x(n-4)$，则该系统的单位脉冲响应为____________________。

2．一个频率响应为 $H(e^{j\omega})$ 的线性时不变离散系统，若其输入序列为 $x(n)=e^{j\omega_0 n}$，则输出序列为________________。

3．用一个数字低通滤波器从0~10kHz的信号中滤取0~4KHz的频率成分，该数字系统的抽样频率至少为______kHz。

4．用8KHz的采样频率对一段2KHz的正弦信号采样64点，若用64点离散傅里叶变换（DFT）对其作频谱分析，则第______根和第______根谱线上会看到峰值。

5．对于一个因果稳定系统，其系统函数的极点应满足____________条件。

6．一个数字低通滤波器的截止频率是 $\omega_c=0.2\pi$，如果系统采样频率为 $f_s=2\text{KHz}$，则等效于模拟低通滤波器的截止频率为________Hz。

7．为了由模拟滤波器低通原型的传递函数 $H_a(s)$ 求出相应的数字滤波器的系统函数 $H(z)$，必须找出 s 平面和 z 平面之间的映射关系，这种映射关系应遵循两个基本目标：（1）________________________________，（2）______________________________________。

8．由于有限字长的影响，在数字系统中存在着三种误差，它们是输入信号的量化效应、__________________和数字运算过程中的有限字长效应。

$f_s = 2KHz$，则等效于模拟低通滤波器的截止频率为________Hz。

7. 为了由模拟滤波器低通原型的传递函数 $H_a(s)$ 求出相应的数字滤波器的系统函数 $H(z)$，必须找出 s 平面和 z 平面之间的映射关系，这种映射关系应遵循两个基本目标：（1）________________________，（2）________________________。

8. 由于有限字长的影响，在数字系统中存在着三种误差，它们是输入信号的量化效应、________________和数字运算过程中的有限字长效应。

二、选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. 已知系统的单位脉冲响应为 $h(n) = e^n \cdot u(3-n)$，则该系统为（　　）

a. 非因果、不稳定　　b. 非因果、稳定　　c. 因果、不稳定

2. 已知系统的输入输出关系为 $y(n)=\sum_{k=0}^{n}x(k)+5$，则该系统为（　　）

a. 线性、时不变系统　　b. 非线性、时不变系统　　c. 非线性、时变系统

3. 用窗口法设计 FIR 数字滤波器时，若窗函数已定，则减小窗长时所设计的数字滤波器的阻带最小衰耗将（　）

a. 减小　　b. 增大　　c. 不变

4. 由模拟滤波器设计 IIR 数字滤波器时，不适合用脉冲响应不变法设计的滤波器有(　　)

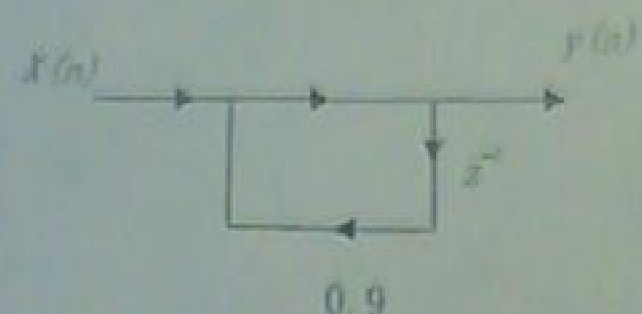
a. 低通　　b. 高通　　c. 带通

5. 双线性变换法在频域的变换是非线性的，它把模拟频率 ∞ 变为数字频率（　）

a. π　　b. $\frac{\pi}{2}$　　c. 0

三、画图题（共 24 分）

1. （8 分）系统结构如图所示，试画出零、极点分布图，并粗略画出其幅频曲线，说明该滤波器类型，即是 FIR，还是 IIR？是高通、低通、带通还是带阻？。



2. （6 分）画出 N=8 按时间抽取（DIT）的 FFT 分解流图，要求：

（1）按照 2 组 4 点，即 $N=2\times4$ 分解，注明输入、输出序列及每一级的 W 因子。

（2）指出比直接计算 DFT 节约了多少次乘法运算（乘以 ±1、$\pm j$ 均计为一次乘法运算）。

3. （10 分）已知线性时不变离散时间系统在单位阶跃序列激励下的响应，即阶跃响应为 $s(n)=0.5^n\ u(n)$，画出该系统的正准型实现结构。

四、证明题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设某 FIR 滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 偶对称，滤波器长度 N 为奇数，且 $h(n)$ 为实数，证明该 FIR 滤波器是线性相位的。

2. 一线性时不变系统的单位脉冲响应为 $h(n)$，其输入序列 $x(n)$ 是均值为零、方差为 σ^2 的白噪声实序列，输出序列为 $y(n)$，试证：$E[x(n)y(n)]=h(0)\sigma_x^2$

五、分析计算题（共 40 分）

1. （8 分）输入信号 $x(t)=\cos 2\pi t+\cos 5\pi t$ 经过一个采样频率为 $\Omega_s=6\pi$ 的理想采样系统后，又经理想低通滤波器 $H(j\Omega)$ 还原，

$$H(j\Omega)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & |\Omega|<3\pi \\ 0, & |\Omega|\geq 3\pi\end{cases}$$

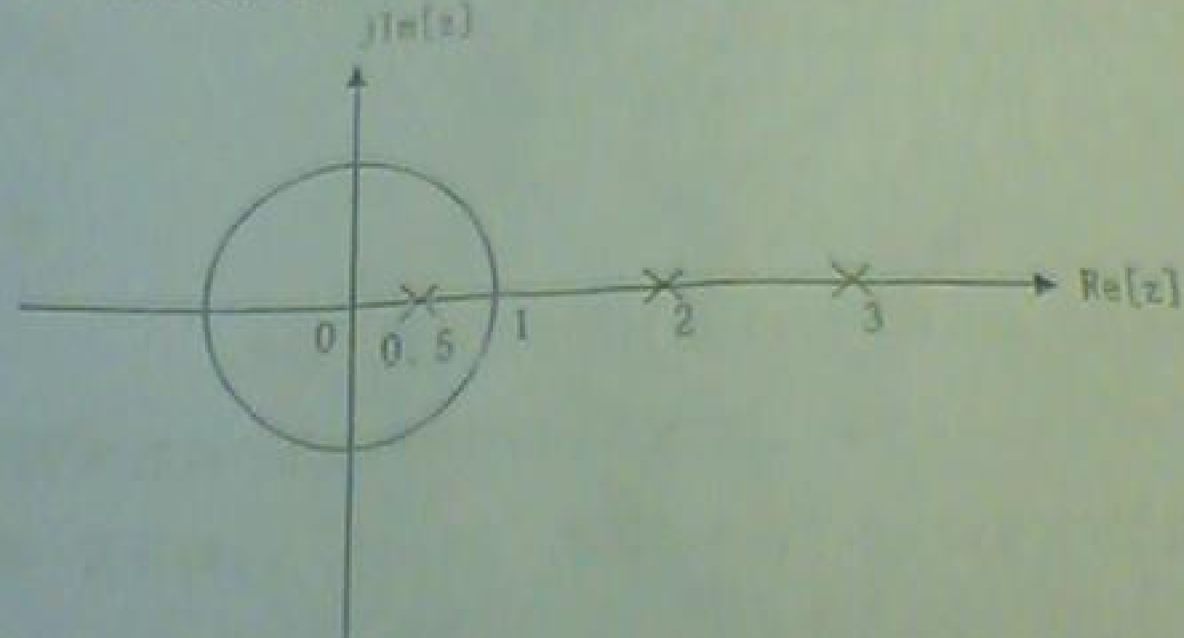
求低通滤波器 $H(j\Omega)$ 的输出信号 $y(t)$。

2. （8 分）已知 $x_1(n)=\{1,0,1\}$，$x_2(n)=\{1,1,1,1,1\}$，

（1）计算 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的线性卷积和 5 点圆周卷积；

（2）什么条件下，线性卷积等于圆周卷积。

3. （6 分）序列 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$，其零极点分布如下图。



（1）若已知序列 $x(n)$ 的傅里叶变换是收敛的，问 $X(z)$ 的收敛域是什么？序列 $x(n)$ 是左边序列、右边序列还是双边序列？

（2）若已知序列是双边序列，且其 Z 变换存在，问对应的序列可能有几种（不需求出序列的表达式）？并分别指出它们对应的收敛域。

4. （10 分）一个未知的线性时不变因果滤波器，在输入 $x(n)=0.7^n u(n)$ 时的输出为 $y(n)=0.7^n u(n)+0.5^n u(n)$，

（1）求系统的系统函数 $H(z)$ 和单位脉冲响应 $h(n)$

（2）求出使输出为 $y_1(n)=0.5^n u(n)$ 的因果输入 $x_1(n)$ 是什么？

5.（8 分）$x(n)$，$n=0,1,\ldots,N-1$ 是长为 N 的有限长序列，其 N 点 DFT 为 $X(k)$，

设
$$x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+\tilde{x}_N^*(N-n)\ R_N(n)]$$
$$x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-\tilde{x}_N^*(N-n)\ R_N(n)]$$

其中，$\tilde{x}_N(n)$ 是 $x(n)$ 的以 N 为周期的周期延拓信号，$X_e(k)$ 和 $X_o(k)$ 分别是 $x_e(n)$ 和 $x_o(n)$ 的 N 点 DFT。试求 $X_e(k)$ 和 $X_o(k)$，要求用 $X(k)$ 表示。

六. 设计题（共 40 分）

1.（10 分）FFT 的应用之一是快速计算线性卷积，假如一个信号序列 $x(n)$ 通过一个 M 阶的、单位脉冲响应为 $h(n)$ 的 FIR 滤波器，那么可以用 FFT 运算来快速计算滤波器的输出序列 $y(n)$。试设计一个快速求解输出序列 $y(n)$ 的实现步骤，其中序列 $x(n)$ 的长度设为 N。

2.（10 分）用脉冲响应不变法设计一个低通数字滤波器，已知模拟低通原型滤波器的传递函数为 $H_a(s)=\dfrac{2}{s^2+4s+3}$，系统采样频率为 f_s，设计该低通数字滤波器的系统函数 $H(z)$。

3.（12 分）用双线性变换法设计一个三阶巴特沃兹（Butterworth）低通数字滤波器，采样频率为 $f_s=8\text{kHz}$，3dB 截止频率为 2kHz，已知三阶巴特沃兹滤波器的归一化低通原型为 $H(s)=\dfrac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$，要求：

（1）设计该低通滤波器的系统函数 $H(z)$；

（2）画出该滤波器的直接 II 型（正准型）实现结构。

4.（8 分）用 L 个一阶 FIR 数字低通滤波器

$$H_1(z)=\frac{1}{2}(1+z^{-1})$$

级联构成数字低通滤波器，要求其 3dB 截止频率低于 ω_c，该滤波器的级联阶数 L 取多少？