

南京邮电大学  
2010 年攻读硕士学位研究生入学考试  
数字信号处理试题

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

- IIR 数字滤波器的实现结构有直接型、并联型、级联型等，从有限字长效应的角度来比较这三种结构的优劣：\_\_\_\_\_。
- 一个模拟实信号  $X_c(t)$ ，带宽限制在 5kHz 以下，即频谱  $X_c(f)=0, |f| > 5\text{kHz}$ 。以 10kHz 的采样频率对  $X_c(t)$  采样得到 1000 点的序列  $x(n)$ ，设  $X(k)$  为  $x(n)$  的 1024 点 DFT，那么  $X(k)$  中的  $k=128$  对应于  $X_c(f)$  中的  $f=\{\quad\}$  Hz,  $X(k)$  中  $k=768$  对应于  $X_c(f)$  中的  $f=\{\quad\}$  Hz。
- 在设计 IIR 数字滤波器时，由于脉冲响应不变法存在频谱混叠的特点，所以方法不适于设计以下两种频率特性的滤波器：{\_\_\_\_\_}。
- 设计一个线性时不变系统的频率响应为  $H(e^{j\omega}) = 1/(1-0.5e^{-j2\omega})$ ，若输入信号为  $x(n) = \cos(n\pi)$ ，则输出信号  $y(n) = \{\quad\}$ 。
- 已知序列  $x(n) = \{4, 3, 2, 1\}$ ，其 6 点 DFT 用  $X(k)$  表示。另一有限长序列  $y(n)$ ，其 6 点 DFT 用  $Y(k)$  表示。若  $Y(k) = W_6^{4k} X(k)$ ，则  $y(n) = \{\quad\}$ 。
- FIR 滤波器设计中，窗口位置的选择要使  $h(n)$  {\_\_\_\_\_} 以便得到线性相位。当  $h(n)$  {\_\_\_\_\_} 对称时，所有通过的信号产生 90 度附加相移。
- 利用 DFT 分析信号频谱时，采用补零的方法并不能提高对频率非常接近的两个信号的分辨能力，要提高这种频率分辨率必须 {\_\_\_\_\_}。
- 随机噪声通过线性时不变系统， $H(e^{j\omega})$  表示系统频率响应，则输出噪声的平均值  $m_f$  可以由输入噪声的平均值  $m_e$  通过关系式 {\_\_\_\_\_} 计算得到。

二、选择题（每题 2 分，共 10 分）

- 已知系统的输入输出关系为  $y(n) = x^2(n-2) + x(3n)$ ，则该系统为（ ）  
A. 线性、时不变系统 B. 非线性、时变系统 C. 非线性、时不变系统
- 已知序列  $x(n) = \sin(\frac{n\pi}{4}) - \cos(\frac{n\pi}{7})$ ，则该序列（ ）  
A. 不是周期序列 B. 是周期序列，周期为 28 C. 是周期序列，周期为 56
- 设序列  $x(n)$  的 DTFT 为  $X(e^{j\omega})$ ，当  $x(n)$  是纯实数且奇对称时， $X(e^{j\omega})$  是（ ）  
A. 纯实数且偶对称 B. 纯实数且奇对称 C. 纯虚数且奇对称
- 已知系统的系统函数为  $H(z) = (1+z^{-1})(1+2z^{-1})(1+3z^{-1})$ ，则该系统是（ ）  
A. 低通 B. 高通 C. 带通

5. 设一个4点的序列  $x(n)$ ，其8点DFT结果为  $\{8, 0, -8j, 8, 8, 8, 8j, 0\}$ ，则序列  $x(n)/2$  的4点DFT结果为 ( )  
 A  $\{8, -8j, 8, 8j\}$  B  $\{4, -4j, 4, 4j\}$  C  $\{0, 4, 4, 0\}$

### 三、画图题 (共 22 分)

1. (10分) 设一个稳定的线性时不变系统，其输入/输出对如图 (a) 所示。  
 (1) 当系统的输入信号如图 (b) 所示时，求输出信号  $y_1(n)$ ，并画图表示；  
 (2) 求该系统的单位脉冲响应  $h(n)$ ，并画图表示。



2. (12分) 设序列  $x(n)$  的DTFT  $X(e^{j\omega})$  如图所示，利用  $X(e^{j\omega})$  求下列个序列的DTFT，并画出  $y_2(n)$  的DTFT  $Y_2(e^{j\omega})$  的图。

$$(1) y_1(n) = \begin{cases} x(n), n \text{ 为偶数} \\ 0, n \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (2) y_2(n) = \begin{cases} x(n/2), n \text{ 为偶数} \\ 0, n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

### 四、证明题

1. 设某  $N$  点 FIR 滤波器的单位脉冲响应  $b(n)$  为实数，且  $h(n) = h(N-1-n)$ 。若  $z_0$  是滤波器系统函数  $H(z)$  的一个零点，试证  $1/z_0$ 、 $z_0^*$  也是  $H(z)$  的零点。  
 2. 数字高通滤波器可用如下变换由模拟低通滤波器求得：

$$H(z) = H_a(s) \quad s = \frac{1+Z^{-1}}{1-Z^{-1}}$$

证明上述变换将  $s$  平面的虚轴映射成  $Z$  平面的单位圆，并且将  $s$  平面的左半平面映射到  $Z$  平面的单位圆内。

### 五、设计题 (每题 10 分，共 30 分)

1. 用双线性变换法设计一个二阶巴特沃兹数字低通滤波器 (要求预畸)。采样频率为  $f_s = 4\text{kHz}$ ，3dB 截止频率为  $f_c = 1\text{kHz}$ 。已知二阶巴特沃兹滤波器的归一低通原型为

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}, \text{ 要求:}$$

- (1) 设计该数字低通滤波器的系统函数  $H(z)$ ;
  - (2) 画出该滤波器的直接  $\Pi$  型 (正准型) 实现结构。
2. 序列  $x(n]$  的 DFT 为  $X(k) = \{1, 0, 1, 1\}$ , 要求用 FFT 来实现 IDFT, 从  $X(k)$  求得  $x(n)$ 。
- (1) 采用共轭变换法, 写出用 FFT 计算 IDFT 的原理和步骤;
  - (2) 根据 (1) 的步骤画出从  $X(k)$  求得  $x(n)$  的全过程 (包括安时间抽取的 FFT 分解流图), 并按照流图来详细计算出  $x(n)$ 。
3. 希望实现一个 10000 点的序列与一个 100 点长的 FIR 单位脉冲响应的线性卷积, 要求利用重叠相加法并通过 256 点 FFT 和 IFFT 来实现。
- (1) 问至少需要多少次 FFT 和多少次 IFFT, 详细说明理由;
  - (2) 估算 (1) 中所需的复数乘法和复数加法的次数。

### 六、综合计算题 (共 48 分)

1. (10 分) 求序列  $x(n) = \{1, 2, 1, 2\}$  的线性卷积和圆周卷积, 并以文字简单说明如何用圆周卷积求线性卷积。

2. (8 分) 考虑一个模拟信号  $x_c(t) = \sin(10\pi t) + \sin(24\pi t) + \sin(70\pi t)$ ,  $t$  以毫秒为单位。

它经过一个模拟抗混叠滤波器  $H_c(f)$  后被采样为离散时间信号, 采样频率为 40kHz, 采样结果又立即被理想重构 (通过截止频率为 20kHz 的理想低通滤波器) 成一个模拟信号, 用  $y_c(t)$  表示。

(1) 若  $H_c(f) = 1$ , 即抗混叠滤波器对  $x_c(t)$  无影响时, 求  $y_c(t)$ ;

(2) 若抗混叠滤波器是一个截止频率为 20kHz 的理想低通滤波器时, 求  $y_c(t)$ 。

3. (14 分) 某线性时不变系统, 当输入是  $x_c(n) = -\frac{5}{3}(\frac{1}{2})^n u(n) - \frac{12}{3}(2)^n u(-n-1)$  时, 输出是  $y(n) = 2(\frac{1}{2})^n u(n) + 3(-\frac{3}{4})^n u(n)$

(1) 求系统函数  $H(z)$ , 画出  $H(z)$  的零极点图, 并标出收敛域;

(2) 求系统的单位脉冲响应  $h(n)$ ;

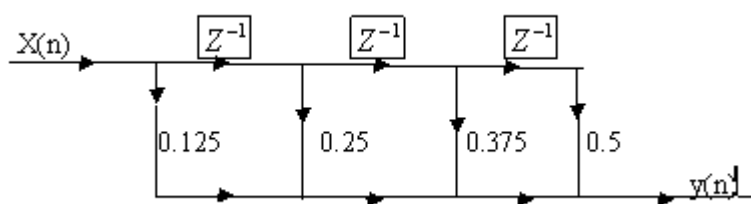
(3) 写出表征该系统的差分方程;

(4) 判断系统的因果性和稳定性。

4. (8 分) 设某 FIR 滤波器采样横截型结构实现, 如图所示, 系统采样 4 位字长 (含一位符号位) 的定点算法, 每次乘法运算后尾数做舍入处理。

(1) 在途中标注出舍入噪声;

(2) 若用  $e_f(n)$  表示由舍入噪声造成的输出噪声, 则计算  $e_f(n)$  的方差  $\sigma_f^2$ 。



5. (8分) 设  $X(z)$  为序列  $x(n) = 0.5^n u(n)$  的  $z$  变换, 现对  $X(z)$  在单位圆上 10 等分采样, 采样值为  $X(k) = X(z)|_{z=W_N^{-k}}$ ,  $0 \leq k \leq 9$ , 若  $X(k)$  的 IDFT 用  $y(n)$  表示, 即  $y(n) = \text{IDFT}[X(k)]$ ,  $0 \leq k \leq 9$ , 求  $y(n)$ 。