

量子力学样题

一、概念解释部分。本部分共计 20 分，包括几个量子力学中的基本概念，每题 3 分。请分别简单地解释。

1. 几率波
2. 定态波函数
3. 力学量的完全集
4. 电子的自旋
5. 简单塞曼效应和反常塞曼效应
6. 简并度
7. 测不准关系

二、证明部分。本部分共计 40 分，包括三个需要证明的命题，每题 10 分。请根据量子力学的基本原理分别证明以下命题。

1. 设在波函数 $\varphi(x,t)$ 所描写的态中，力学量 A 的平均值为：

$$\hat{A} = \int \varphi^*(x,t) \hat{A} \varphi(x,t) dx,$$
 证明：力学量 \hat{A} 的平均值 \bar{A} 随时间的变化为：

$$\frac{d}{dt} \bar{A} = \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} [\hat{A}, \hat{H}]$$

2. 证明：厄密算符的本征值是实数，并且厄密算符的属于不同本征值的本征函数相互正交。

3. 一维运动的束缚定态都是不简并的，它的波函数可以取为实数。

4. 粒子处于下列外场中，指出那些力学量（动量，能量，角动量，宇称等，或它们的组合）是守恒量

- (1) 由粒子（无相互作用，也不受外力）
- (2) 无限，均匀柱对称场
- (3) 无限均匀平面场
- (4) 中心力场
- (5) 均匀交变场
- (6) 椭球场

三、计算部分。本部分共计 40 分，包括三个小题，分值在题尾标出。请根据量子力学的基本原理和技巧，分别计算。

1. 一粒子在硬壁球形空腔中运动，势能为

$$U(r) = \begin{cases} \infty, & r \geq a; \\ 0, & r < a. \end{cases}$$

求粒子的能级和定态波函数。（10 分）

2、求 $\hat{S}_x = \frac{\eta}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 及 $\hat{S}_y = \frac{\eta}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值和所属的本征函数 (10分)

3. 求动量表象中线性谐振子的能量本征函数 (10分)。

4. 粒子在一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & x > a \end{cases}$$

中运动, 求粒子的能级 和对应的波函数 (10分)

5. 注: 周世勋《量子力学》第三, 四, 五, 七章的例题应重视。