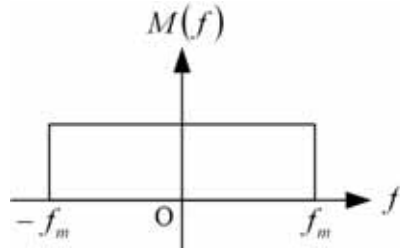


试题一

一. 简答题:

(1)在理想信道下的最佳基带系统中,发送滤波器 $G_T(\omega)$,接收滤波器 $G_R(\omega)$ 和系统总的传输函数 $H(\omega)$ 之间应满足什么关系?

(2)某基带信号 $m(t)$ 的频谱如下图所示,此信号先经过DSB-SC调制,又经过一个带通滤波器变成了VSB信号 $s_V(t)$ 。请画出 $s_V(t)$ 的频谱。



(3)用调制信号 $f(t) = A_m \cos \Omega t$ 对载波 $A_c \cos \omega_c t$ 进行调制后得到 $s(t) = (A_c + f(t)) \cos \omega_c t$ 。为了能够无失真地通过包络检波器解出 $f(t)$,问 A_m 的取值应满足什么条件?

(4)已知 $n(t)$ 是白噪声 $n_w(t)$ 通过中心频率为 f_c 的窄带滤波器的输出, $n(t)$ 的功率是 P_1 。今用载波 $2 \cos 2\pi f_c t$ 对 $n(t)$ 作相干解调,问解调器输出的噪声功率是多少?

(5)对数似然比是似然函数 $p(r|s_i)$ 的比的对数,即 $\lambda = \ln \frac{p(r|s_1)}{p(r|s_2)}$ 。已知发送 s_1 、 s_2 时,

r 是方差为 $\frac{N_0}{2}$,均值分别为 $\sqrt{E_1}$ 和 $\sqrt{E_2}$ 的高斯随机变量,请计算 λ 。

二 计算题

1. 在四相绝对移相(QPSK)系统中

(1)若二进制数字信息的速率为128kbit/s,请计算QPSK信号的主瓣带宽。

(2)试给出QPSK调制及解调器的原理框图,请画出QPSK信号的功率谱示意图。

2. 将话音信号 $m(t)$ 采样后进行A律 13 折线PCM编码, 设 $m(t)$ 的频率范围为 0~4 kHz, 取值范围为-15~15 V,

(1)请画出 PCM 系统的完整框图;

(2)若 $m(t)$ 的某一个抽样值为-10.55 V, 问编码器输出的PCM码组是什么? 收端译码后的量化误差是多少V? ;

(3)对 10 路这样的信号进行时分复用后传输, 传输信号采用占空比为 1/2 的矩形脉冲, 问传输信号的主瓣带宽是多少?

3. 设到达接收机输入端信号为OOK信号, 信号持续时间为 $(0, T)$, 发“1”的能量为 E 。接收机输入端的噪声 $n(t)$ 是单边功率谱密度为 N_0 的 0 均值白高斯噪声。

(1)试按照最小差错概率准则设计一最佳接收机, 并画出最佳接收机结构。

(2)分别写出发“1”及发“0”时, 最佳时刻抽样值 V 的表达式;

(3)写出判决公式;

(4)若发“1”的概率为 $1/3$, 发“0”的概率为 $2/3$, 求最佳判决门限 V_{th} ;

(5)详细推导出平均误比特率计算公式。

4. 在某高清晰度电视系统 (HDTV) 中, 每帧图象需要扫描 1080 行, 每行有 1920 个像素 (pixels), 每个像素用 3 种颜色 (红、绿、蓝) 来表示, 每种颜色有 256 个灰度等级, 假定各灰度等级等概出现, 三种颜色彼此独立。该系统每秒需传送 30 帧图象。如果传输信道中的信噪比为 30dB, 那么传送这样的电视信号最少需要多少带宽?

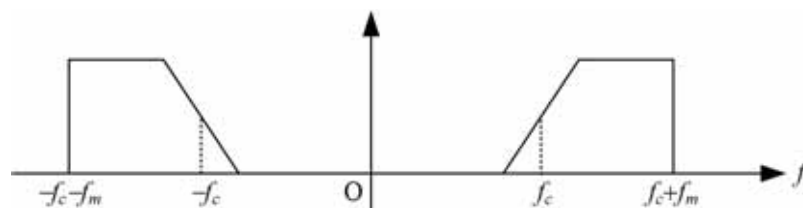
试题一参考答案

一. 简答题:

(1)答:

$$G_T(\omega)G_R(\omega) = H(\omega), \quad G_R(\omega) = G_T^*(\omega)e^{-j\omega t_0}, \quad \text{其中 } t_0 \text{ 是最佳取样时刻。}$$

(2)答:



(3)答: 需 $A_m \leq A_c$

(4)答: 用载波 $2 \cos 2\pi f_c t$ 对 $n(t)$ 作相干解调得到的是 $n(t)$ 的同相分量, 其功率还是 P_1 。

(5)答:

$$p(r|s_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \times \frac{N_0}{2}}} e^{-\frac{(r-\sqrt{E_i})^2}{2 \times \frac{N_0}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(r-\sqrt{E_i})^2}{N_0}}, \quad i=1,2。$$

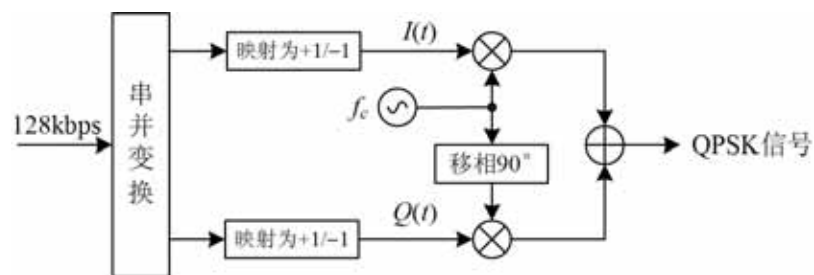
$$\begin{aligned} \lambda &= \ln \frac{p(r|s_1)}{p(r|s_2)} = \left[-\frac{(r-\sqrt{E_1})^2}{N_0} \right] - \left[-\frac{(r-\sqrt{E_2})^2}{N_0} \right] \\ &= \frac{2r}{N_0} [\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2}] + \frac{E_2 - E_1}{N_0} \end{aligned}$$

二 计算题

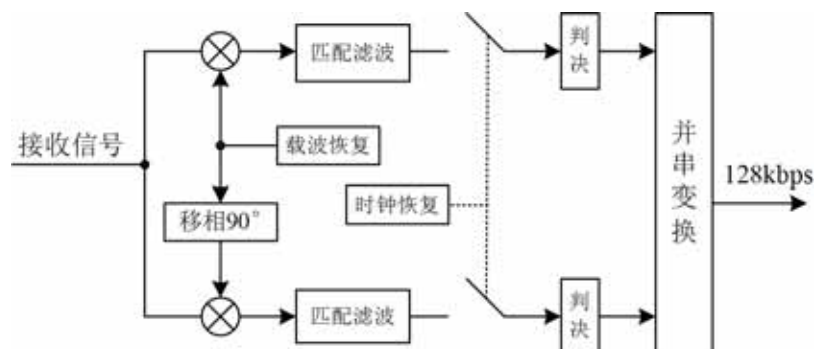
1. 解:

(1)QPSK 的符号速率为 $128/2=64\text{kHz}$, QPSK 主瓣带宽为 $2 \times 64=128\text{kHz}$ 。

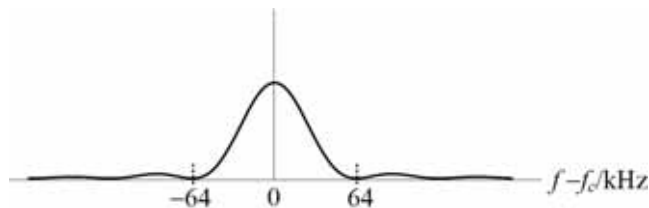
(2)调制原理图如下



解调原理图如下



QPSK 的功率谱示意图如下



2. 解:

(1) PCM 系统框图如下



(2) -10.55V 对应极性码是 0

10.55 落在 $\left[\frac{15}{2}, 15\right]$ 范围内, 所以段落码是 111, 段内的量化间隔是 $\Delta = \frac{15 - \frac{15}{2}}{16} = \frac{15}{32}$

10.55 落在第 $\left\lfloor \frac{10.55 - \frac{15}{2}}{\Delta} \right\rfloor = 6$ 小段内 (0 数起), 所以段内码是 0110。

因此编码器输出的 PCM 码组是 01110110。

译码器将 01110110 恢复为第 8 段内的第 6 小段的中点, 即 $-\left(\frac{15}{2} + 6\Delta + \frac{\Delta}{2}\right) = -10.547$ V, 量化误差是 0.003V。

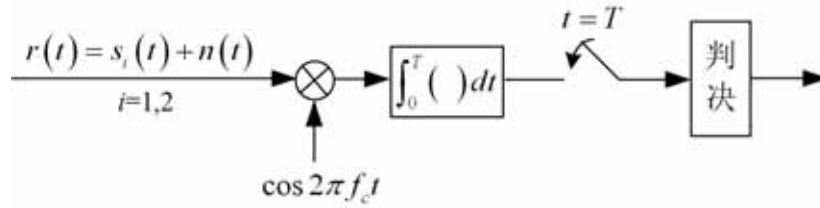
(3) 每一路按 Nyquist 速率取样, 则取样速率是 8kHz, 编码后每一路的数据速率是 64kbps。10

路这样的信号进行时分复用后的总速率是 640kbps, 码元周期是 $T_s = \frac{1}{640 \times 10^3}$, 脉冲宽度

是 $\tau = \frac{T_s}{2}$, 信号的主瓣带宽是 $\frac{1}{\tau} = \frac{2}{T_s} = 1280$ kHz

3. 解:

(1) 按照最小差错率准则设计就是设计最佳接收机, 因此接收机结构如下



其中 $s_1(t) = A \cos 2\pi f_c t$ 代表发 1, $s_2(t) = 0$ 代表发 0。 f_c 是载波频率, 假设 $f_c \gg \frac{1}{T}$ 。依

题意有 $\frac{A^2 T}{2} = E$, $A = \sqrt{\frac{2E}{T}}$ 。

(2) 无论发 0 发 1, 抽样值中的噪声都是 $Z = \int_0^T n(t) \cos 2\pi f_c t dt$, Z 是均值为 0 的高斯随机变量, 其方差为

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[Z^2] = E\left[\int_0^T \int_0^T n(t)n(\tau) \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c \tau dt d\tau\right] \\ &= \int_0^T \int_0^T \frac{N_0}{2} \delta(\tau-t) \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c \tau dt d\tau \\ &= \frac{N_0}{2} \int_0^T \cos^2 2\pi f_c t dt = \frac{N_0 T}{4} \end{aligned}$$

发 0 时, V 中的信号分量是 0, 故此 $V = Z$

发 1 时, V 中的信号分量是 $\int_0^T s_1(t) \cos^2 2\pi f_c t dt = \frac{AT}{2}$, 故此 $V = \frac{AT}{2} + Z$

(3) 设门限值为 V_{th} , 则判决公式为

$$V \underset{0}{\overset{1}{>}} V_{th}$$

(4) 按照 MAP 准则, 判决准则是

$$P(s_1 | r) \underset{0}{\overset{1}{>}} P(s_2 | r)$$

也即

$$\frac{p(V | s_1) P(s_1)}{p(V)} \underset{0}{\overset{1}{>}} \frac{p(V | s_2) P(s_2)}{p(V)}$$

也即

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\left(\frac{V-AT}{2}\right)^2}{2\sigma^2}} \underset{0}{\overset{1}{>}} \frac{2}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{V^2}{2\sigma^2}}$$

也即

$$e^{-\frac{\left(\frac{V-AT}{2}\right)^2}{2\sigma^2}} \underset{0}{\overset{1}{>}} 2e^{-\frac{V^2}{2\sigma^2}}$$

两边求自然对数:

$$-\frac{\left(\frac{V-AT}{2}\right)^2}{2\sigma^2} \underset{0}{\overset{1}{>}} \ln 2 - \frac{V^2}{2\sigma^2}$$

整理后得到

$$V \underset{0}{\overset{1}{>}} \frac{2\sigma^2}{AT} \ln 2 + \frac{AT}{4}$$

即最佳判决门限为

$$V_{th} = \frac{N_0}{2A} \ln 2 + \frac{AT}{4} = \frac{N_0}{\sqrt{8E/T}} \ln 2 + \sqrt{\frac{ET}{8}}$$

(5)发 1 而错的概率是

$$\begin{aligned} P(e|1) &= P\left(Z + \frac{AT}{2} < V_{th}\right) = P\left(Z < -\left(\sqrt{\frac{ET}{8}} - \frac{N_0}{\sqrt{8E/T}} \ln 2\right)\right) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\frac{ET}{8}} - \frac{N_0}{\sqrt{8E/T}} \ln 2}{\sqrt{N_0 T}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{8N_0}} \left(1 - \frac{N_0}{E} \ln 2\right)\right) \end{aligned}$$

发 0 而错的概率是

$$\begin{aligned} P(e|0) &= P(Z > V_{th}) = P\left(Z > \left(\sqrt{\frac{ET}{8}} + \frac{N_0}{\sqrt{8E/T}} \ln 2\right)\right) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\frac{ET}{8}} + \frac{N_0}{\sqrt{8E/T}} \ln 2}{\sqrt{N_0 T}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{8N_0}} \left(1 + \frac{N_0}{E} \ln 2\right)\right) \end{aligned}$$

平均错误率为

$$\begin{aligned}
 P_e &= P(s_1)P(e|1) + P(s_2)P(e|0) \\
 &= \frac{1}{6} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E}{8N_0}} \left(1 - \frac{N_0}{E} \ln 2 \right) \right) + \frac{1}{3} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E}{8N_0}} \left(1 + \frac{N_0}{E} \ln 2 \right) \right)
 \end{aligned}$$

4. 解：每帧图像的信息量为 $1080 \times 1920 \times 3 \times \log_2 256 \approx 50 \text{Mbit}$ ，每秒发送的信息量为 $30 \times 50 = 1500 \text{Mbit}$ 。信道的信噪比为 $SNR = 10^{\frac{30}{10}} = 1000$ 。假设所需的带宽为 B ，则由Shannon公式 $C = B \log_2(1 + SNR)$ 可得

$$B = \frac{C}{\log_2(1 + SNR)} = \frac{1500 \times 10^6}{\log_2(1 + 1000)} \approx 150.5 \text{MHz}$$