

试题二

PART I 填空题

1. 某分组码的最小码距是 6，若该码用于纠错，可保证纠正___位错。若用于检错，可保证检出___位错。
2. 在多径时变信道中，当多径时延差远远小于符号间隔时___，当多径时延差同符号间隔可比拟时_____。(选择下面所列填入空中，每空只能选一项)
 - a. 不发生衰落；
 - b. 发生阴影衰落；
 - c. 发生瑞利衰落；
 - d. 发生频率选择性衰落；
 - e. 发生非线性失真。
3. 某 m 序列由 n 级移存器组成。将此 m 序列延迟一位后同原序列模 2 相加，所得序列的周期是___，一个周期中 0 的个数减 1 的个数等于___。
4. 某信源的速率是 1kbps，用 2PSK 调制，其主瓣带宽是_____。若将信源序列同一个速率为 10k 的 m 序列异或后再进行 2PSK 调制，则主瓣带宽是_____。

PART II 计算题

一、已知(7,3)分组码的生成矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 1001110 \\ 0100111 \\ 0011101 \end{bmatrix}$$

- (1)写出所有许用码组，并求出监督矩阵。
- (2)该码的编码效率为多少？
- (3)若译码器输入的码组为 1001001，请计算其校正子，并指出此接收码组中是否包含错误。

二、已知某 (n,k) 循环码的编码率是 $2/3$ ，生成多项式是 $g(x) = (x^4 + x + 1)(x + 1)$ ，问

- (1) $n=?$ $k=?$
- (2)请写出该编码器的非全 0 编码结果中次数最低的码多项式 $a(x)$ 。
- (3)已知前问中的 $a(x)$ 所代表的码字 \mathbf{a} 是非全 0 码以外的所有编码结果中码重最小的，问这个循环码的最小码距是多少？
- (4)如果该循环码用于检错目的，问错误图样多项式 $e(x)$ 具有何种特点时不能被收端检出？

(5) 证明该循环码可以检出 n 个比特全都发生错误的错误图样

$$e(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x + 1 = \frac{x^n + 1}{x + 1} \quad (\text{提示: 设法验证 } x^n + 1 \text{ 的因式中只有一个是 } x + 1)$$

中只有一个是 $x + 1$)

(6) 请写出信息码组为 (1010110110) 的编码输出 (要求用系统码)。

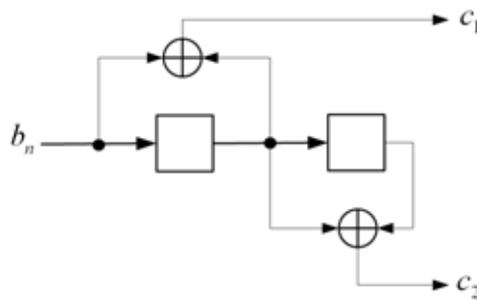
三、已知某 m 序列的特征多项式为 $f(x) = 1 + x^3 + x^5$, 请:

(1) 画出相应的线性反馈移位寄存器序列发生器的结构图。

(2) 此 m 序列的周期是多少?

(3) 若 $s(t)$ 是此 m 序列对应的双极性 NRZ 信号, 请画出 $s(t)$ 的自相关函数。

四、某卷积编码器码的结构如下, 输出时 c_1, c_2 交替输出。



(1) 写出该码的生成多项式;

(2) 画出该卷积码的格图;

(3) 求输入为 1100101 的输出。

五、某信源的信息速率为 9600bit/s, 信源输出通过一个 1/2 率的卷积编码器后用 BPSK 方式传送, BPSK 采用了滚降系数为 1 的频谱成形。问

(1) BPSK 的符号速率是多少?

(2) BPSK 信号的带宽是多少?

六、请

(1) 写出码长为 16 的 Hadamard 矩阵

(2) 请验证此矩阵的第 9 行和第 13 行是正交的。

试题二参考答案

PART I 填空题

1. 某分组码的最小码距是 6，若该码用于纠错，可保证纠正 2 位错。若用于检错，可保证检出 5 位错。
2. 在多径时变信道中，当多径时延差远远小于符号间隔时 c，当多径时延差同可比拟时 d。
a. 不发生衰落； b 发生阴影衰落； c 发生瑞利衰落； d. 发生频率选择性衰落；
e. 发生非线性失真。
3. 某m序列由n级移存器组成。将此m序列延迟一位后同原序列模 2 相加，所得序列的周期是 $2^n - 1$ ，一个周期中 0 的个数减 1 的个数等于 -1。
4. 某信源的速率是 1kbps，用 2PSK 调制，其主瓣带宽是 2kHz。若将信源序列同 一个速率为 10k 的 m 序列异或后再进行 2PSK 调制，则主瓣带宽是 20kHz。

PART II 计算题

一. 解:

(1)按 $\mathbf{c} = \mathbf{uG}$ 对所有信息比特向量 \mathbf{u} 进行计算得所有需用码字如下表

\mathbf{u}	000	001	010	011	100	101	110	111
\mathbf{c}	0000000	0011101	0100111	0111010	1001110	1010011	1101001	1110100

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

监督矩阵为

(2)此码的编码效率是 3/7。

$$\mathbf{s} = H\mathbf{y}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(3) 伴随式为

由于 \mathbf{s} 不是全 0，表明接收码字中存在错误。

二、解：

(1) 由 $\frac{k}{n} = \frac{2}{3}$ 及 $n - k = 5$ 解得： $n = 15, k = 10$ 。

(2) $a(x) = g(x) = (x^4 + x + 1)(x + 1) = x^5 + x^4 + x^2 + 1$

(3) $\mathbf{a} = 110101$ ，其码重为 4，故该码的最小码距是 4。

(4) 当 $e(x)$ 能被 $g(x)$ 整除时，这样的错误不能被检出。

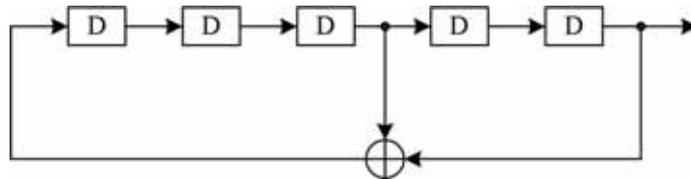
(5) $x^{15} + 1 = (x + 1) \times \sum_{i=0}^{14} x^i$ ， $\sum_{i=0}^{14} x^i = e(x)$ 有 15 项，所以 $\left[\sum_{i=0}^{14} x^i \right]_{x=1} \neq 0$ ，即 $x = 1$ 不是多项

式 $\sum_{i=0}^{14} x^i$ 的根，即 $e(x)$ 不含因式 $x + 1$ 。因为 $g(x)$ 含因式 $x + 1$ ，所以 $e(x)$ 不可能被 $g(x)$ 除尽，因此这样的错误可以被检出。

(6) 用长除法，1010110110 除以 110101 得余为 10001，因此编码输出是 101011011010001。

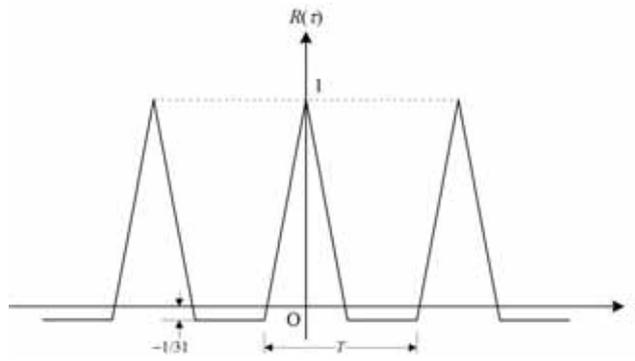
三、解：

(1) 序列发生器结构图如下



(2) 周期为 $2^5 - 1 = 31$

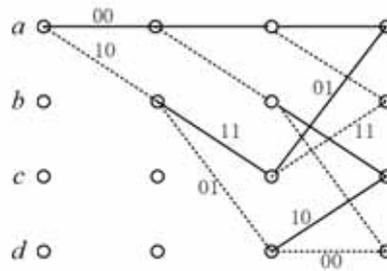
(3) 相关函数如下图示



四、解：

(1) $g_1(x) = 1+x$, $g_2(x) = x+x^2$

(2)格图如下：



(3)输入为 1100101 时，考虑 2bit 的尾比特，则上支路的输出是 101011110，下支路的输出是 010101111。变成串行后的输出是 10 01 10 01 10 11 11 11 01。

五、解：

编码后的速率为 19200bit/s, 此即 BPSK 的符号速率。BPSK 的带宽是 $19200(1+\alpha) = 38400$ Hz。

六、解：

(1)码长为 2 的 Hadarmard 矩阵为

$$H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

由递推关系

$$H_{2N} = \begin{pmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{pmatrix}$$

可得

$$H_4 = \begin{pmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_8 = \begin{pmatrix} H_4 & H_4 \\ H_4 & -H_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H_{16} = \begin{pmatrix} H_8 & H_8 \\ H_8 & -H_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) H_{16} 的第9行为:

$$\mathbf{a}=(1,1,1,1,1,1,1,1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1);$$

第13行为:

$$\mathbf{b}=(1,1,1,1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,1,1,1,1)$$

向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 之间的内积为

$$\mathbf{ab}^T = 1+1+1+1-1-1-1-1+1+1+1+1-1-1-1-1=0$$

表明这两行正交。