

试题三

一. 简答题

1. 一数字传输系统以 1000 符号/秒的码元速率传送 16 进制码元, 求该系统的信息传输速率。
2. 离散消息 X 取值于 $\{x_i\}$, 其中 x_i 出现的概率是 $p(x_i)$ 。写出消息 x_i 所携带的信息量 $I(x_i)$ 与 $p(x_i)$ 之间关系式。若 X 只有两种等可能的取值, 写出其熵。
3. 给出任何一种解调调频信号的方法 (画出框图)。
4. 某数字基带传输系统的总体等效传递函数和冲激响应分别是 $H(f)$ 和 $h(t)$, 传输速率是 $1/T_s$ 波特。若要求系统在取样点无码间干扰, $H(f)$ 应满足什么条件? 写出无码间干扰时 $h(t)$ 在抽样点的取值。
5. 部分响应系统的最高频带利用率是多少波特/Hz?
6. OOK, 2FSK, 2PSK 和 2DPSK 四种数字调制通过 AWGN 信道传输, 若发送信号的幅度相同、信息速率相同、噪声的单边功率谱密度 N_0 相同, 接收端都采用理想的相干最佳解调。请在大信噪比条件下, 将这 4 种调制方式按误比特率从小到大排出次序。

7. 速率为 $R_b = \frac{1}{T_b}$ 的 PAM 信号 $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_b)$ 中的码元 a_k 以独立等概方式取值于

± 1 , $g(t)$ 是幅度为 2V、持续时间为 $T_b/2$ 的半占空矩形脉冲。写出 $s(t)$ 的功率谱密度表达式 $P_s(f)$, 画出功率谱密度图。

8. 若信息速率为 10Mbps, 请给出以下信号带宽:

- (1) manchester 码的主瓣带宽
- (2) NRZ 码的主瓣带宽
- (3) 半占空的 NZ 码的主瓣带宽
- (4) $\alpha = 0.25$ 升余弦滚降信号的带宽

二. 已知电话信道可用的信号传输频带为 600-3000Hz, 取载频为 1800Hz,

- (1) 采用 $\alpha = 0.2$ 的升余弦滚降基带信号 QPSK 调制, 可以传输多少 bit/s 的数据?
- (2) 采用 $\alpha = 0.5$ 的升余弦滚降基带信号 16QAM 调制, 可以传输多少 bit/s 的数据?
- (3) 画出第(2)问中 16QAM 调制的发送端框图 (假设采用矩形星座)

三. 用模拟基带信号 $m(t) = 4 \cos 2000\pi t$ 对频率为 10^4 Hz 的载波进行调制得到的已调信号为 $s(t) = 4 \cos 2000\pi t \cos 20000\pi t - 4 \sin 2000\pi t \sin 20000\pi t$ 。

- (1) 问该调制信号是什么调制方式, 求已调信号的功率;
- (2) 画出 $s(t)$ 的频谱图;
- (3) 画出能正确解调该信号的接收框图。

四. 幅度范围是 $-1V$ 到 $+1V$ 的语音信号的某个样值经过 A 率 13 折线编码后的结果是 01110001, 此码字经过信道传输后, 由于误码的原因收到的是 01100001, 请问译码结果中纯由误码造成的输出电压误差是多少 V? (提示: 不考虑量化自身引起的误差)

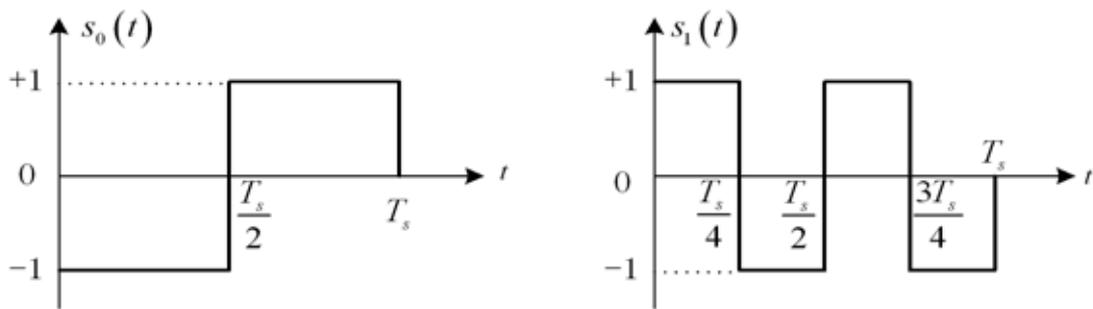
五. 某数字通信系统采用 2DPSK 方式传输, 已知载波频率为 4800 Hz, 码元传输速率为 2400 波特, 发送的二进制数据序列为 1100101。

- (1) 若以前后相邻码元的载波相差为 0 度表示 “0”, 载波相差为 180 度表示 “1”, 试画出 2DPSK 信号的时间波形 (假定初始参考相位为 $-\sin 2\pi f_c t$);
- (2) 画出采用差分相干方式解调该 2DPSK 信号的解调器的组成框图。

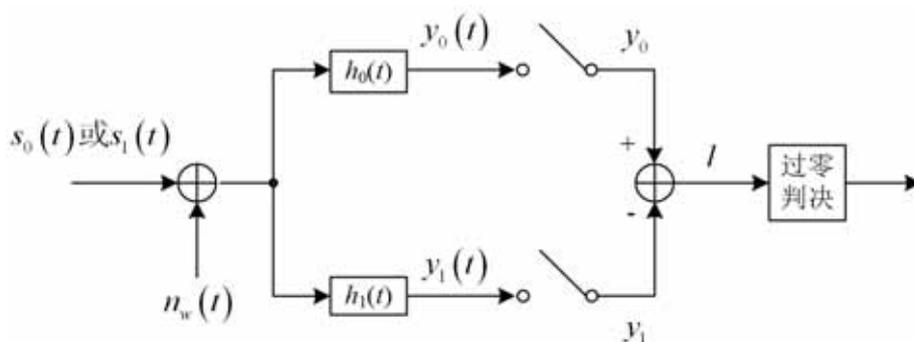
六. 某模拟带通信号 $m(t)$ 的频率范围限制在 100kHz-101kHz 范围内, 今对 $m(t)$ 进行理想抽样。问

- (1) 最低无失真抽样频率是多少?
- (2) 对抽样结果进行 16 级量化, 并编为自然二进制码, 所得数据速率是多少?
- (3) 将这个数据通过一个频带范围为 100kHz-105kHz 的带通信道传输, 请设计出相应的传输系统 (画出发送、接收框图、标出滚降系数、标出载波频率)

七. 某二进制通信系统中, 符号 “0”、“1” 等概出现, 并分别由如下图所示的两个信号 $s_0(t)$ 、 $s_1(t)$ 表示。



发送信号经过信道传输时受到了双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的 0 均值白高斯噪声 $n_w(t)$ 的干扰，接收框图如下图示，图中的 $h_0(t)$ 、 $h_1(t)$ 是分别对 $s_0(t)$ 、 $s_1(t)$ 匹配的匹配滤波器，取样时刻是 $t = T_s$ 。



- (1) 求两个信号 $s_0(t)$ 和 $s_1(t)$ 之间的相关系数；
- (2) 画出与信号 $s_0(t)$ 匹配的滤波器的冲激响应 $h_0(t)$ ；
- (3) 推导出发送 $s_0(t)$ 条件下，抽样值 y_0 、 y_1 的均值及方差；
- (4) 写出发送 $s_0(t)$ 时，判决量 l 的条件概率密度函数 $p(l|s_0)$ ；（提示：图中两个抽样值 y_1 、 y_0 中所包含的噪声分量统计独立）
- (5) 求出平均的判决错误概率。

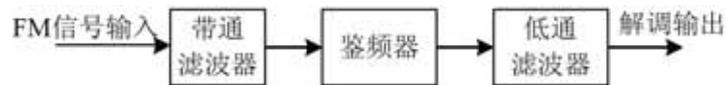
试题三参考答案

一. 简答题

1. 答: 4000bit/s

2. 答: $I(x_i) = -\log_2 p(x_i)$ bit, $H(X) = E \left[\log_2 \frac{1}{P(X)} \right] = 1$ bit

3. 答:



4. 答:

$$\sum_n H\left(f - \frac{n}{T_s}\right) = \text{常数}$$

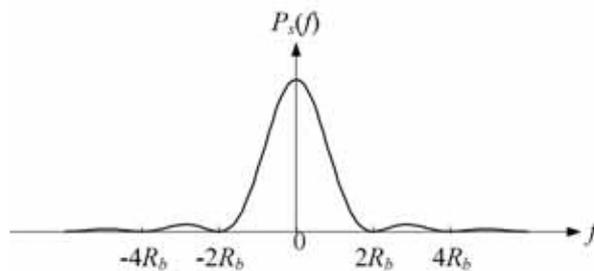
$$h(kT_s + t_0) = \begin{cases} \text{常数} & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

5. 答: 2

6. 答: 2PSK、2DPSK、2FSK、OOK

7. 答:

$$P_s(f) = \frac{1}{R_b} \text{sinc}^2\left(\frac{f}{2R_b}\right)$$



8. 答: (1)20MHz; (2)10MHz; (3)20MHz; (4)6.25MHz

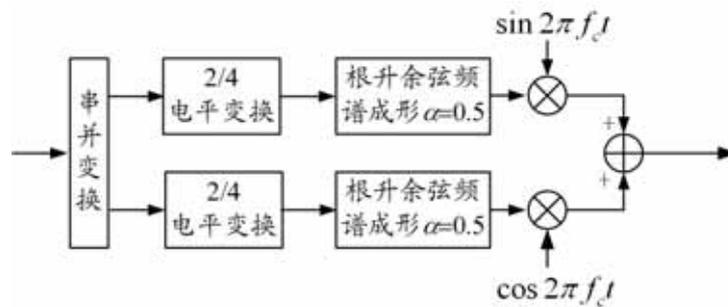
二. 解:

$$R_s(1+\alpha) = 2400, \quad R_s = \frac{2400}{1+\alpha}$$

$$(1) \quad R_s = \frac{2400}{1.2} = 2000 \text{ 波特}, \quad R_b = 4000 \text{ bit/s};$$

$$(2) \quad R_s = \frac{2400}{1.5} = 1600 \text{ 波特}, \quad R_b = 6400 \text{ bit/s};$$

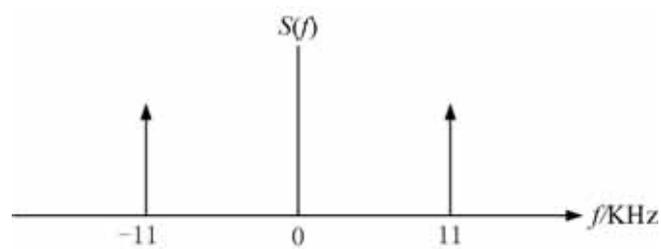
(3)



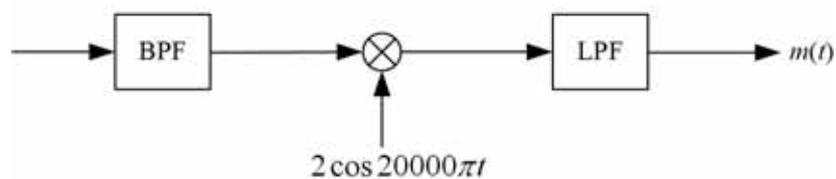
三. 解:

(1) 上单边带调制, $P = 8 \text{ W}$;

$$(2) \quad s(t) = 4 \cos 2200\pi t, \quad S(f) = 2\delta(f-11000) + 2\delta(f+11000)$$



(3)



四. 解:

01110001 的译码结果是 $\frac{35}{64}$ V, 所代表的样值范围是 $\left[\frac{17}{32}, \frac{18}{32}\right]$ V。

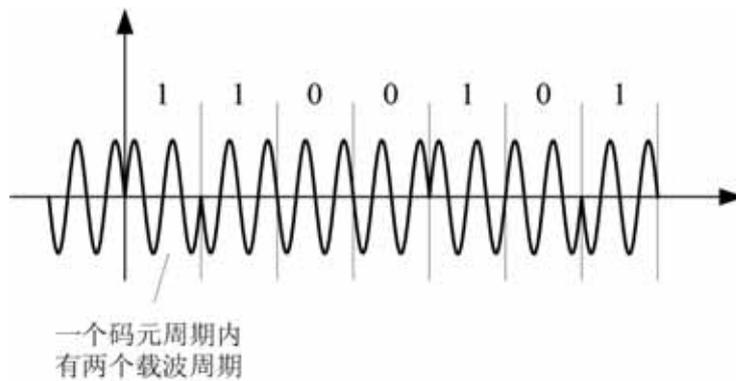
不考虑量化引起的误差, 则发送样值是 $\frac{35}{64}$ V。

01100001 的译码结果是: $\frac{1}{4} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} = \frac{37}{128}$ V。

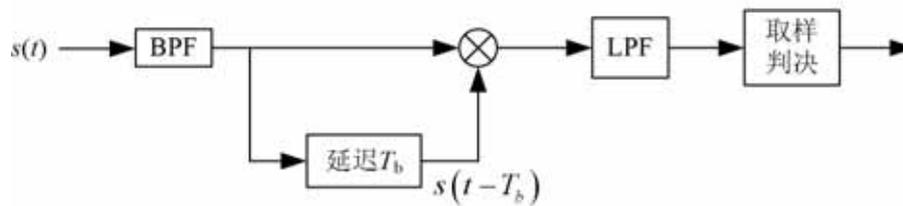
所求误差是 $\frac{35}{64} - \frac{37}{128} = \frac{33}{128}$ V。

五. 解:

(1)



(2)



六. 解:

(1)由带通信号抽样定理可求出最低无失真抽样频率是 2kHz;

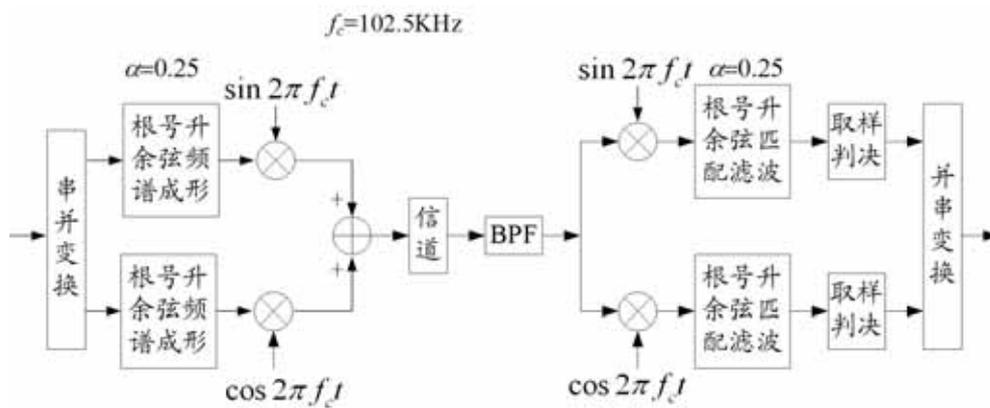
(2)所求数据速率是 $2 \times 4 = 8$ kbps;

(3) 传输信道是带通信道，故需要调制。取载波频率为通带的中点，即 $f_c = 102.5\text{kHz}$ 。信道带宽是 5kHz ，等效至基带的带宽是 $B = 2.5\text{kHz}$ 。要求的频带利用率对于等效基带是

$$\frac{8000}{2500} = \frac{16}{5} \text{ bps/Hz}, \text{ 二进制最高为 } 2 \text{ bps/Hz}, \text{ 四进制最高是 } 4 \text{ bps/Hz}. \quad 2 < \frac{16}{5} < 4$$

，故选四进制，设计为QPSK。此时符号速率为 $R_s = 4000 \text{ symbol/s}$ 。限带传输需要考虑频谱成形，设滚

降系数是 α ，则 $\frac{R_s}{2}(1 + \alpha) = B$ ， $\alpha = \frac{2B}{R_s} - 1 = \frac{2 \times 2500}{4000} - 1 = 0.25$ 。系统框图如下：



七. 解：

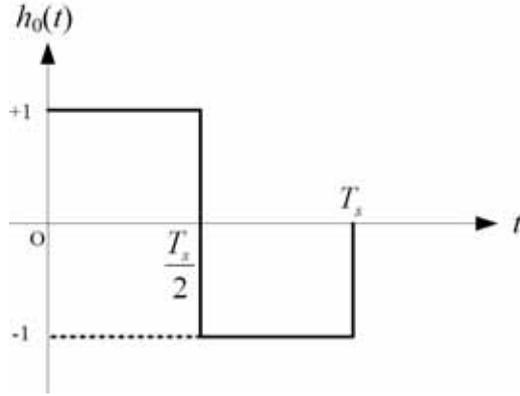
(1) $s_0(t)$ 、 $s_1(t)$ 的能量是

$$E_0 = \int_0^{T_s} s_0^2(t) dt = T_s, \quad E_1 = \int_0^{T_s} s_1^2(t) dt = T_s$$

所求相关系数为

$$\rho = \frac{\int_0^{T_s} s_0(t) s_1(t) dt}{\sqrt{E_0 E_1}} = 0$$

(2) $h_0(t) = s_0(T_s - t)$ ，波形如下



(3) 两个匹配滤波器的输出分别为

$$y_0(t) = \int_0^{T_s} r(\tau) h_0(t-\tau) d\tau = \int_0^{T_s} r(\tau) s_0(T_s-t+\tau) d\tau$$

$$y_1(t) = \int_0^{T_s} r(\tau) s_1(T_s-t+\tau) d\tau$$

发送 $s_0(t)$ 条件下:

$$y_0 = \int_0^{T_s} s_0(t) r(t) dt = \int_0^{T_s} s_0^2(t) dt + \int_0^{T_s} \underbrace{n_w(t)}_{v_0} s_0(t) dt = T_s + v_0$$

$$y_1 = \int_0^{T_s} s_1(t) r(t) dt = \int_0^{T_s} s_0(t) s_1(t) dt + \int_0^{T_s} \underbrace{n_w(t)}_{v_1} s_1(t) dt = v_1$$

其中的 v_0, v_1 是高斯随机变量

$$E[v_0] = E\left[\int_0^{T_s} s_0(t) n_w(t) dt\right] = \int_0^{T_s} s_0(t) E[n_w(t)] dt = 0$$

$$\begin{aligned} D[v_0] &= E[v_0^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} |H_0(f)|^2 df \\ &= \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |S_0(f) e^{-j2\pi f T_s}|^2 df = \frac{N_0 E_0}{2} = \frac{T_s N_0}{2} \end{aligned}$$

同理:

$$E[v_1] = 0, \quad D[v_1] = \frac{N_0 T_s}{2}$$

由此得到:

$$E[y_0 | s_0] = T_s + E[v] = T_s, \quad D[y_0 | s_0] = D[v_0^2] = \frac{N_0 T_s}{2}$$

$$E[y_1 | s_0] = 0, \quad D[y_1 | s_0] = \frac{T_s N_0}{2}$$

(4) 判决量 $l = y_1 - y_2$ 。发送 $s_0(t)$ 条件下, $l = T_s + v_0 - v_1 = T_s + \xi$, v_0 和 v_1 是统计独立的

高斯随机变量, 所以 $\xi = v_0 - v_1$ 是高斯随机变量, 其均值为 0, 方差为 $T_s N_0$ 。所以

$$p(l|s_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi T_s N_0}} e^{-\frac{(l-T_s)^2}{2N_0 T_s}}$$

(5) 发送 $s_0(t)$ 而错判为 $s_1(t)$ 的概率是

$$\begin{aligned} P(e|s_0) &= P(l < 0 | s_0) = P(T_s + \xi < 0) = P(\xi < -T_s) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{T_s}{\sqrt{2N_0 T_s}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{T_s}{2N_0}}\right) \end{aligned}$$

同理, 发送 $s_1(t)$ 而错判为 $s_0(t)$ 的概率是

$$P(e|s_1) = P(l > 0 | s_1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{T_s}{2N_0}}\right) = P(e|s_0)$$

因此平均错误率为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{T_s}{2N_0}}\right)$$