

## 2012 年清华大学 826 运筹学与统计学考研试题（回忆版）

本试题由 kaoyan.com 网友 tq0agme 提供

### 1 建模:

实验室有三种可以采用的产品。给出每种产品的产量限制。给出每个产品的销售的利润。有原料可以生产三种产品。原料没有限制。1 公斤的原料可以生产 1 公斤的第一种产品，或 2 公斤的第二种产品，或 3 公斤的第三种产品。原料每公斤的购买费用给出。第一种产品 1 公斤可以继续深加工成  $\cdot 7$  公斤的第二种产品，和  $\cdot 3$  公斤的第三种产品。1 公斤第一种产品的深加工费用给出。第二种产品一公斤可以继续深加工成  $\cdot 8$  公斤的第一种产品和  $\cdot 2$  公斤的第三种产品。1 公斤第二种产品的深加工费用给出。规定第一种产品和第二种产品只能进行一次的深加工。

建模使得该实验室可以获得最大的受益。

### 2 单纯形法求解

目标函数最大化

三个约束三个变量，前两个约束为  $\geq$  最后一个约束为  $\leq$ ，非负限制变量

- (1) 将此  $L_p$  标准化（加剩余和人工变量，松弛变量）
- (2) 写出此  $L_p$  的一个基本可行解
- (3) 用单纯形法求解此  $L_p$ ，写出最有解和最优值。（大 M 法或两阶段）

### 3 对偶理论-灵敏度分析-整数规划

目标函数最大化

两个约束两个变量，非负限制变量

- (1) 求解原 LP 的最优解和最优值（图解法快）
- (2) 写出对偶问题，写出对偶问题的最优解和最优值（图解法）
- (3) 如果资源限制由  $(8, 10)'$ ，变为  $(8, 10)' + \beta (1, -1)'$ ， $\beta$  在什么范围内变动时候最优基保持不便。（根据第一问最优基本解直接求一个  $2 \times 2$  的矩阵的逆，然后灵敏度分析）

- (4) 当原问题的变量全部取整数值的时候，最优解。（分枝定界法结合图）

### 4 NLP

写出 KKT 条件并求出最优解和最优值

目标函数极小化

约束方程为

(凸规划具有全局唯一最小值)

### 5 动态规划

用动态规划的方法求解在一个平面上的点到原点的最短距离

平面方程为

转化为目标函数为

约束为

### 6 DTMC

给出天气模型晴-阴-雨的一步转移的概率，语言描述

求两次晴天之中雨天的平均天数。

7 CTMC

给出一个机器，其运行的寿命为参数为  $\lambda$  的负指数分布，其以概率  $P$  转移到第一维修状态，其维修时间为  $t_1$  的负指数分布，以概率  $1-P$  转移到第二维修状态，其维修时间为  $t_2$  的负指数分布。求长期下机器正常运行的占时。（写出 R 矩阵由公式写出）

8 SMP

一个 ATM 机，顾客以  $PP(\lambda)$  到达，当 ATM 机繁忙的时候顾客离开损失了，只有当 ATM 机有空的时候才可以由顾客进入，ATM 机的服务时间为一般分布，分布函数为  $G$ ，求能够接受服务的顾客占整个到达顾客的比例。（占时分布）

9 JACKSON NETWORK

由三个节点的网络，网络中外部顾客分别以参数 5, 10, 20 的 PP 到达三个节点。三个节点的服务时间分别为参数 20, 50, 100。从节点一出来以等可能的概率到达节点二，节点三，或离开系统，从节点二出来的到达节点三。从节点三出来的以等可能到达节点二或离开系统。

(1) 求解系统中的顾客数 ( $L$ )

(2) 求解系统中的平均滞留时间

10 静态控制-连续型库存论中卖报童问题

需求函数为一个参数为  $\lambda$  的负指数的分布，给出分布的密度函数，单位产品的生产成品为  $K$ , 单位产品的销售价格为  $P$ , 单位产品的存贮费用为  $C$ , 求最优的订货批量  $Q$ , 使得平均的受益最大。（根据供求关系划分区间-边际分析得最大-转折受益损失转折概率  $N$ ）

11 一个袋子中由  $2N-1$  个白球和  $2N$  个黑球，已知从袋子中随机的拿  $N$  的球得到的为同色球，问取到的球均为黑球的概率。

12 给出一个分布函数

$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$

求  $f(x)$  的分布函数

13 给出一个分布概率密度

证明关于  $\theta$  为参数  $\theta$  的无偏估计。

14 二参数的最大释然估计

是分段函数。进行了  $N$  个样本的观测，求关于参数的最大释然函数估计。

15 对一个扔硬币的试验进行猜测。某个人最 100 次试验进行猜测，猜测结果猜对了 60 次。扔硬币正方面出现的概率相同，是否可以接受假设此人猜对的概率大于  $0.5$ 。

以上试题来自 kaoyan.com 网友的回忆，仅供参考，纠错请发邮件至 suggest@kaoyan.com。