华 东 师 范 大 学

2005 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目：高等数学 B

招生专业：

考生注意：

无论以下试题中是否有答题位置，均应将答案做在考场另发的答题纸上（写明题号）

一、 填充题（只要最后结果，每题 5 分，共 30 分）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3+x^2-1}{x^3-1}\right)^{x/2}=$______________ .

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-1}=$______________ .

3. 设 $y=\arcsin(\dfrac{2x^2\sqrt{1+x^2}}{1+x^2+x^4})+\arccos(\dfrac{2x^2\sqrt{1+x^2}}{1+x^2+x^4})$ ，则 $\dfrac{dy}{dx}=$______________ .

4. $\displaystyle\int\frac{dx}{x(1+x^{2005})}=$ ______________ .

5. 级数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^{2n+1}}{4^n}$ 的收敛域为____________________.

6. 微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x+y^2}$ 的通解为____________________ .

二、 选择题（每题 5 分，共 30 分）

1. 方程 $x^6-6x-10=0$ 有（ ）个实数根.
   (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

2. 级数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{(n+1)\pi}{n^3+n^2+2}$ 是（ ）.
   (A) 绝对收敛 (B) 条件收敛 (C) 发散 (D) 不确定.

3. 若 $f(x)$ 在 x_0 可导，则 $|f(x)|$ 在 x_0 处（ ）
   (A) 必可导 (B) 连续但不一定可导
   (C) 一定不可导 (D) 不连续.

4. 若 $F'(x)=f(x)$，则 $\int dF(x)=($　　$)$.

(A) $f(x)$，　(B) $F(x)$，　(C) $f(x)+C$，　(D) $F(x)+C$

5. 设函数 $y=\dfrac{x}{x^2+3x-2}$，则它所对应的曲线有（　　）条渐近线

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4.

6. 设曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $x^2+y^2=2$ 在点 $(1,\ -1)$ 处相切，其中 $a,\ b$ 是常数，则（　　）

(A) $a=-1, b=-1$　(B) $a=-1,\ b=3$

(C) $a=1,\ b=-1$　(D) $a=3,\ b=-1$.

三、　计算题

1. 设 $u=f\left(\dfrac{x}{y},\ x^2-y^2\right)$，求 du，$\dfrac{\partial u}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}$（本题 7 分）.

2. 求曲线 $\begin{cases}3x^2+z^2=4\\3y^2+z^2=4\end{cases}$ 在 $(1,\ 1,\ 1)$ 处的切线方程与法平面方程（本题 7 分）.

3. 求 $\int_0^1 dy\int_y^1 y^2e^{x^2}dx+\int_2^4 dx\int_{-x}^{x}\sin^{2005}y\,dy$（本题 12 分）.

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n3^{n-1}}x^n$ 的和函数和收敛域，求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ 的和（本题 12 分）.

5. 设 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+\sin^3x+y^3+y^2+z)dV$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=z$ 与 $x^2+y^2=8-z$ 所围成的立体（本题 13 分）.

6. .设二元函数 $z=x^2+xy+y^2-x-y$，$x^2+y^2\le 1$，求它的最大值和最小值（本题 13 分）.

7. 求方程 $y''-2y'+y=1+(x+2)e^x$ 的通解（本题 13 分）.

8. 在 (x, y) 平面上有一圆与抛物线 $y=x^2$ 在原点 $(0,0)$ 处相切并有相同的二阶导数，求出该圆的方程，求出由这两条曲线绕 y 轴旋转一周而成的曲面与平面 $y=\dfrac{1}{2}$ 所围成的立体的体积（本题 13 分）.