上 海 交 通 大 学 试 卷

（ 2008 至 2009 学年 第 2 学期 ）

班级号________________ 学号____________ 姓名 ____________

课程名称 船舶流体力学 成绩 ____________

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：________

题号										
得分										
批阅人(流水阅卷教师签名处)										

一、 简答题 (每题 5 分，共 25 分)

(1) 根据边界层理论，大雷诺数下均匀绕流物体流动的流场可以划分为几个区，分别是什么区，各区的流动有什么特点。

大雷诺数下均匀绕流物体表面的流场划分为三个区域，即边界层、外部势流和尾涡区。

(2) 流体微团的运动形式有哪几种？写出它们的数学表达式。

流体微团的运动速度可以分解为四部分，即（1）平移运动速度；(2) 旋转运动速度；(3) 线变形运动速度；(4) 角变形运动速度。

$$\mathbf{V}=\mathbf{V}_0+\mathbf{E}\cdot\delta\mathbf{r}+\boldsymbol{\omega}\times\delta\mathbf{r}$$

$$\mathbf{E}=e_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\boldsymbol{\omega}=\frac{1}{2}\nabla\times\mathbf{V}=\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)}_{\omega_x}\vec{i}+\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\omega_y}\vec{j}+\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)}_{\omega_z}\vec{k}$$

(3) 浅水波的色散关系为 $\omega^2 = ghk^2$，写出浅水波波速与波长的关系，以及波周期与波长的关系。

$$c_s^2 = gh \qquad T^2 = \frac{\lambda^2}{gh}$$

(4) 什么是流体阻力？理想流体和粘性流体的流体阻力有什么不同，为什么？

物体在流体中受到与来流方向或与物体运动方向相同的作用力，称为流体阻力。

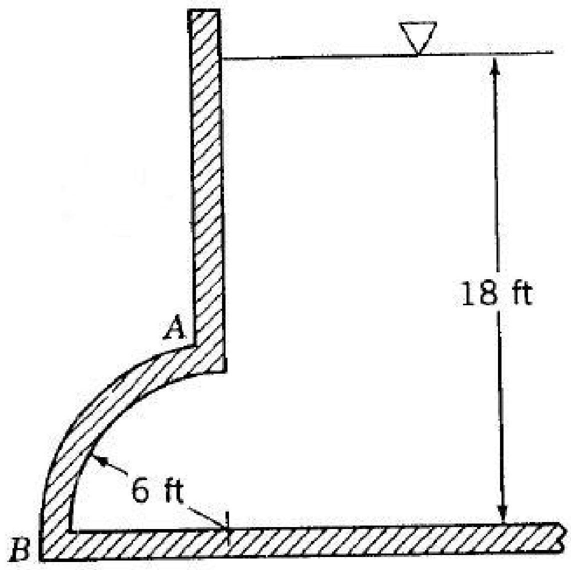
在理想流体中，只受到压差阻力；

在粘性阻力中，受到摩擦阻力和压差阻力。

(5) 写出 Euler 数的表达式，指出它的物理意义。

$$\frac{P}{\rho U^2} = \text{Euler 数 (E)} = \frac{\text{压力}}{\text{惯性力}}$$

二、 用一个复杂柱形水桶盛水，水桶的前后柱长为 4 ft，柱形水桶的横截面形状和尺寸如图所示，水的比重为 62.4 lb/ft^3。求作用在四分之一圆柱 AB 上总的水压力。 **(12 分)**



解：

水平方向：$F_H = \gamma h_{c1} A_1 = \left(62.4\,lb/ft^3\right)\left(15\,ft\right)\left(6\,ft \times 4\,ft\right) = 22500\,lb$

垂直方向：$F_V = \gamma\left(V_F - V_C\right) = \left(62.4\,lb/ft^3\right)\left(18\,ft \times 6\,ft \times 4\,ft - \dfrac{\pi}{4}\left(6\,ft\right)^2 \times 4\,ft\right) = 19900\,lb$

合力：$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} =$

三、 一个三维不可压流体流动只给出了 x 和 y 方向的速度场：$u = 6xy^2$, $v = -4y^2 z$，试确定 z 方向的速度场。 **(12 分)**

解：由于要满足不可压条件：$\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \dfrac{\partial w}{\partial z} = -\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = -6y^2 + 8yz$

对 z 积分：$\int dw = \int 8yz dz - \int 6y^2 dz + f\left(x, y\right)$

得到：$w = 4yz^2 - 6y^2 z + f\left(x, y\right)$

四、 一个二维不可压流体流动的速度势为：$\phi = x^3 - 3xy^2$

a) 求对应流动的流函数；

b) 如果在原点(0, 0)处，流函数值为 0，求经过原定(0, 0)的流线的斜率，并画出这些流线。 **(12 分)**

解：1) $u=\dfrac{\partial\psi}{\partial y}=\dfrac{\partial\phi}{\partial x}=3x^2-3y^2$

积分得到：$\int d\psi=\int\left(3x^2-3y^2\right)dy \quad\Rightarrow\quad \psi=3\left(x^2y-\dfrac{y^3}{3}\right)+f\left(x\right)$

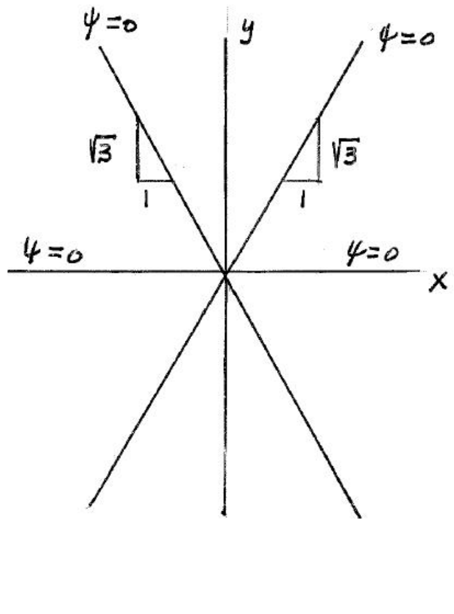
同样有：$v=-\dfrac{\partial\psi}{\partial x}=\dfrac{\partial\phi}{\partial y}=-6xy$

得到： $-6xy-f'\left(x\right)=-6xy \quad\Rightarrow\quad f\left(x\right)=C$

因此：$\psi=3\left(x^2y-\dfrac{y^3}{3}\right)+C$

2) 当流线通过原点时，$x=0, y=0,\ \psi=0$，因此得到：$C=0$

通过原点的流线是：$3\left(x^2y-\dfrac{y^3}{3}\right)=0 \quad\Rightarrow\quad y=\pm\sqrt{3}x$



五、平板边界层的速度剖面为：

$$
\begin{cases}
\dfrac{u}{U}=\dfrac{4}{3}\left(\dfrac{y}{\delta}\right), & when \quad 0\le y<\dfrac{1}{2}\delta \\
\dfrac{u}{U}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{y}{\delta}\right), & when \quad \dfrac{1}{2}\delta\le y<\delta \\
\dfrac{u}{U}=1, & when \quad y\ge\delta
\end{cases}
$$

流体动力粘性系数为μ，用边界层动量积分方程$\frac{\tau_w}{\rho U^2}=\frac{d\theta}{dx}$，求边界层厚度$\delta$表达式。 **(12 分)**

解：$\tau_w=\mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}=\mu U\left(\frac{4}{3\delta}\right)$，令 $Y=\frac{y}{\delta}$

$$\theta=\int_0^{\delta}\frac{u}{U}\left(1-\frac{u}{U}\right)dy=\int_0^{\frac{1}{2}\delta}\frac{u}{U}\left(1-\frac{u}{U}\right)dy+\int_{\frac{1}{2}\delta}^{\delta}\frac{u}{U}\left(1-\frac{u}{U}\right)dy$$

$$=\delta\int_0^{1/2}\frac{4}{9}\left(3Y-4Y^2\right)dY+\delta\int_{1/2}^{1}\frac{2}{9}\left(1+2Y\right)\left(1-Y\right)dY=0.1574\delta$$

代入 $\frac{\tau_w}{\rho U^2}=\frac{d\theta}{dx}$ 得到：

$$\delta d\left(0.1574\delta\right)=\frac{4\mu}{3\rho U}dx \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}\delta^2=\frac{4\mu x}{3\times 0.1574\rho U}$$

$$\Rightarrow\quad \delta=\sqrt{\frac{2\left(\frac{4}{3}\right)\mu x}{0.1574\rho U}}=4.12\sqrt{\frac{\mu x}{\rho U}}$$

六、 流体从一个大直径圆管突然流入一个小直径圆管，会出现压力降。这个压力降Δp与大圆管的直径D_1、小圆管的直径D_2、流体在大直径圆管中的流速V，流体密度ρ，动力粘性系数μ有关。试用Π定理描述压力降的关系式。

(12 分)

解：

根据题意有：$\Delta p=f\left(D_1,D_2,V,\rho,\mu\right)$，各量的量纲为：

$\left[\Delta p\right]=\left[FL^{-2}\right]$, $\left[D_1\right]=\left[L\right]$, $\left[D_2\right]=\left[L\right]$, $\left[V\right]=\left[LT^{-1}\right]$,

$\left[\rho\right]=\left[FL^{-4}T^2\right]$, $\left[\mu\right]=\left[FL^{-2}T\right]$

由Π定理知道，有 $6-3=3$ 个无因次量：

$\Pi_1=\Delta pD_1^aV^b\mu^c \quad\Rightarrow\quad \left(FL^{-2}\right)\left(L\right)^a\left(LT^{-1}\right)^b\left(FL^{-2}T\right)^c=F^0L^0T^0$ 得到

$$\begin{aligned}&1+c=0\\&-2+a+b-2c=0\\&-b+c=0\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad a=1,b=-1,c=-1$$

因此： $\Pi_1 = \dfrac{\Delta p D_1}{V\mu}$

$$\Pi_2 = D_2 D_1^a V^b \mu^c \quad \Rightarrow \quad (L)(L)^a\left(LT^{-1}\right)^b\left(FL^{-2}T\right)^c = F^0L^0T^0$$ 得到

$$\begin{aligned} &c=0 \\ &1+a+b-2c=0 \qquad \Rightarrow \quad a=-1, b=0, c=0 \\ &-b+c=0 \end{aligned}$$

因此： $\Pi_2 = \dfrac{D_2}{D_1}$

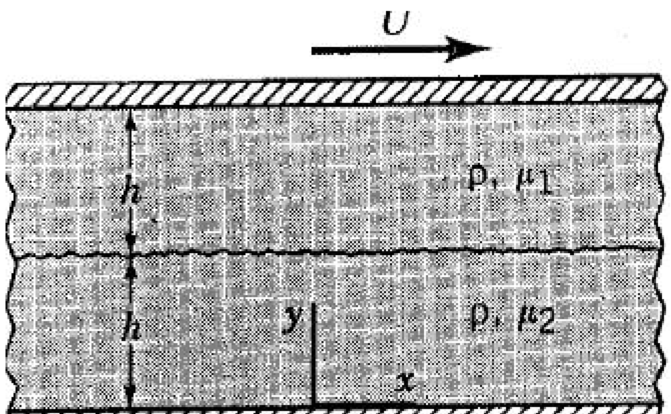
$$\Pi_3 = \rho D_1^a V^b \mu^c \quad \Rightarrow \quad \left(FL^{-4}T^2\right)(L)^a\left(LT^{-1}\right)^b\left(FL^{-2}T\right)^c = F^0L^0T^0$$ 得到

$$\begin{aligned} &1+c=0 \\ &-4+a+b-2c=0 \qquad \Rightarrow \quad a=1, b=1, c=-1 \\ &2-b+c=0 \end{aligned}$$

因此： $\Pi_3 = \dfrac{\rho D_1 V}{\mu}$

最后得到：$\dfrac{\Delta p D_1}{V\mu} = \phi\left(\dfrac{D_2}{D_1}, \dfrac{\rho D_1 V}{\mu}\right)$

七、 如图所示，两块无限大平行平板之间是两层互不渗混的粘性不可压均质流体，上下两层流体的宽度都是 h，密度都是 ρ，但动力粘性系数不同，上层为 μ_1，下层为 μ_2。上面平板以速度 U 从左向右运动，下面平板固定不动。两块板之间的流体流动完全由上面平板运动产生，平板两端没有压力差。两块板之间的流体流动是定常层流流动，不考虑重力和体积力。试从 Navier-Stokes 方程出发，求两层流体交界面处的速度。 **(15 分)**



解：如图建立坐标系，根据流动特征可以得到：$v=0, w=0, \frac{\partial p}{\partial x}=0, g_x=0$

无论对上层流体还是下层流体，从 x 方向的动量方程，有：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+g_y+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \Rightarrow$$

$$0=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

积分得到：$u=Ay+B$

下面下标 1 表示上层流体，下标 2 表示下层流体。

对上层流体，当 $y=2h,\quad u=U$，因此得到：$B_1=U-A_1(2h)$

上层流体速度分布：$u_1=A_1(y-2h)+U$

同样对下层流体，当 $y=0,\quad u=0$，因此得到：$B_2=0$

下层流体速度分布：$u_2=A_2 y$

再利用两层流体交界面的匹配条件：当 $y=h,\quad u_1=u_2$，因此有：

$$A_1(h-2h)+U=A_2 h \quad \Rightarrow \quad A_2=-A_1+\frac{U}{h}$$

在交界面还有：$\tau_1=\tau_2 \quad \Rightarrow \quad \mu_1\frac{du_1}{dy}=\mu_2\frac{du_2}{dy} \quad \Rightarrow \quad \mu_1 A_1=\mu_2 A_2$

把上式代入 $A_2=-A_1+\frac{U}{h}$ 得到：$A_2=\frac{U/h}{1+\mu_2/\mu_1}$

因此在交界面上速度为：

$$u_2(y=h)=A_2 h=\frac{U}{1+\frac{\mu_2}{\mu_1}}$$