院领导 审批并签名		A 卷

广州大学 2008---2009 学年第 一 学期考试卷

课程 《数学分析》 考试形式（闭卷，考试）

学院 数学与信息科学 系 ________ 专业 ________

08 级________班 学号________姓名________

题次	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	评卷人
分数	10	15	36	8	31				100	
评分										

一、填 空 题 （2 分 / 题，共 10 分）

1、 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\left(\ln\left(e-0.0000001\right)\right)^{n}}=$______ ； $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\left(\ln\left(e+0.0000001\right)\right)^{n}}=$______ 。

2、$\lim\limits_{x\to2}\left(3-x\right)^{\frac{1}{2-x}}=$__________； $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{\frac{x^{2}}{2}}=$____________________。

3、若 $f(x)=\dfrac{\ln(2-x)}{(1-x)(x+7)}$，则 $x=1$ 为________间断点；而 $x=-7$ 为_________间断点。

4、拉格朗日中值定理的内容是：____

____ 。

5、 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+x)^{1001}-1}{x}=$________________。

二、单项选择题 （3 分/题，共 15 分）

1、若 $f(x)=\begin{cases}2\cos x, & x\ge0\\ x-2a, & x<0\end{cases}$，则当 $a=$______ 时 $f(x)$ 在 0 点连续。

A、0； ***B***、2； ***C***、－2； ***D***、-1.

2、设$f(x)$在$U(x_0)$有定义，则下列结论正确的是(　　　).

A、$f(x)$在x_0有定义 $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在；

B、$f(x)$在x_0可微 $\Leftrightarrow f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在；

C、$f(x)$在x_0间断，则$x \to x_0$时，$f(x)$必不存在极限；

D、若$f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在，则$f(x)$在x_0必连续。

3、设 S 为有界集，$a = \inf S$，$b = \sup S$，则正确的是（　　）

A、$\min S = a$，$\max S = b \Leftrightarrow a$、$b \in S$;

B、$\max S = b$，$\min S = a$；

C、要么a，b都属于S，要么a，b都不属于S；

D、a是S的最小下界、b是S的最大上界。

4、下面结论正确的是(　　　).

A、若$\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$，则$f(x) \sim g(x), \left(x \to x_0\right)$；

B、若$f(x)$在$U^0(x_0)$无界，则$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$；

C、若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$，则曲线$y = f(x)$不存在渐近线；

D、等价的无穷小量必是同阶的无穷小量.

5、下列叙述错误的是___________。

A、$f(x)$在x_0可导$\Leftrightarrow f(x)$在x_0可微;

B、若$A = 0$或$\forall x \in U^0\left(x_0\right)$，$f(x)$与$A$同号，则
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}\left|f(x)\right| = \left|A\right|$;

C、$f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在$\Leftrightarrow f(x)$在x_0连续.

D、若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \neq 0$，则$\exists U^0(x_0)$，对$\forall x \in U^0(x_0)$，有$f(x) \neq 0$;

三、计算题（6 分/题，共 36 分）

1、求$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \cdots \sqrt[n]{n}}{n}$

2、 求 $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\mathrm{c}\,tgx\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

3、设 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x}{x+1}$，求 $f'(x)$及$f''(1)$.

4、求$y=\left(\sin x^{2}\right)^{x^{2}}$的微分$\mathrm{d}y$。

5、　求 $y=\dfrac{x^{2}}{1-x}\sqrt[3]{\dfrac{2-x}{(2+x)^{2}}}$ 的 导 数 y'。

6、设 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-ax^2-x+4}{x+1}=k$， a与k均为常数，求a、k的值.

四、应用题 （8 分）

已知摆线方程：$x=a\left(t-\sin t\right), y=a\left(1-\cos t\right)$.($t$为参数）

1)求过该曲线$t=\dfrac{\pi}{2}$对应点的切线方程与法线方程；

2）求$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

五、证明题 （4 小题，共 31 分）

1、证明：$f(x)=\sin\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续。（7 分）

2、用Lagrange中值定理证明 $\boldsymbol{na^{n-1}(b-a)<b^n-a^n<nb^{n-1}(b-a)}$，$(\boldsymbol{n}>1,\boldsymbol{b}>\boldsymbol{a}>0)$. **(**7分）

3、证明：若 $c_0+\frac{c_1}{2}+\frac{c_2}{3}+\cdots+\frac{c_n}{n+1}=0$，$c_0,c_1,c_2,\cdots,c_n$均为常数，则方程 $c_0+c_1x+c_2x^2+\cdots+c_nx^n=0$ 在 $(0,1)$内至少存在一个实根.(9分)

4、证明当$x\to 0$时，$f(x)=\sin\frac{1}{10x}$ 极限不存在.　(8分)