院、系领导 审批并签名		A 卷

广州大学 2010-2011 学年第 一 学期考试卷

课程 数学分析 1 考试形式（闭卷，考试）

学院 数学与信息科学 系___专业 数学与应用数学、信息与计算科学

班级____________学号__________姓名_______________

题次	一	二	三	四	五				总分	评卷人
分数	10	15	36	8	31				100	
评分										

一、填 空 题 （2 分 / 题，共 10 分）

1、$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\cdot(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2})=$ ________ 。

2、设 $S=\left\{x\,\middle|\,x=(-1)^n\dfrac{n}{n+1},n\in N_+\right\}$，则 $\sup S=$ _____； $\inf S=$ _____。

3、设 $f(x)=\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2(x-1)}$ ，则 0 为_________间断点；而 1 为_________间断点。

4、设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x^2} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ______ 。

5、$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x-1}=$ ________ 。

二、单项选择题 （3 分/题，共 15 分）

1、函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处的导数存在是 $y=f(x)$ 在该点连续的（　　）

A．充分而非必要条件；　　B．必要而非充分条件；

C．充分必要条件；　　D．既非充分也非必要条件；

2、下面结论中，正确的是（　　　）。

A．数列$\{a_n\}$收敛的充要条件是其偶子列$\{a_{2k}\}$与奇子列$\{a_{2k-1}\}$均收敛；

B．数列$\{a_n\}$与数列$\{a_{n+k}\}$(k为正整数)同敛散；

C．数列$\{a_n\}$收敛的充要条件是数列$\{|a_n|\}$收敛；

D．数列$\{a_n\}$与数列$\{ca_n\}$(c为任意常数)同敛散；

3、当$x\to 0$时，$f(x)=e^x-1-x$与x^α为同阶无穷小，则$\alpha=$（　　）。

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

4、设$f(x)$在$U(x_0)$有定义，则下列叙述错误的是（　　　）。

A．若$f(x_0+0)$、$f(x_0-0)$均存在且相等，则$f(x)$在x_0必有极限；

B．若$f(x_0+0)$、$f(x_0-0)$均存在且相等，则$f(x)$在x_0必连续；

C．若$f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在，则$f(x)$在x_0必连续；

D．若$f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在且相等，则$f(x)$在x_0必可导；

5、函数$f(x)=x+\dfrac{1}{x}-2$在$[1,2]$上满足 Lagrange 中值定理的$\xi=$（　　）。

A．-1　　　　B．1　　　　C．$\dfrac{3}{2}$　　　　D．$\sqrt{2}$

三、计算题（6 分/题，共 36 分）

1、求数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n+\sqrt{1}}+\dfrac{1}{n+\sqrt{2}}+\cdots+\dfrac{1}{n+\sqrt{n}}\right)$。

2、求函数极限：$\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$。

3、若 $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{2x^2+4x-1}-ax-b\right)=0$，确定常数 a、b。

4、设 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, x\neq 0 \\ 0, \quad\quad\quad x=0 \end{cases}$，求 $f'(x)$。

5、求函数 $y=\left(x^3+\sin x\right)^{\frac{1}{x}}$ 的微分 dy。

6、设函数 f 可导，$y=x\cdot f(x^2)$，求 y''。

四、应用题 （8 分）

设曲线的参数方程为 $x=1-t^2, y=t-t^2$，

(1)求该曲线在 $t=-1$ 对应点的切线方程与法线方程；

(2)计算二阶导数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

五、证明题 （4 小题，共 31 分）

1、设 $x>0$，证明不等式：$x-\frac{x^2}{2}<\ln(1+x)<x$ 。（8 分）

2、证明方程 $x^5-2x^2+4x+6=0$ 在 $(-1,1)$ 内有且仅有一实根。 （8 分）

3、证明：$f(x)=\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续。　　（8 分）

4、叙述极限 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$ 的归结原则，并证明 $\lim\limits_{x\to+\infty}\sin x$ 不存在。　（7 分）