

院领导 审批并签名		B 卷
--------------	--	-----

广州大学 2008---2009 学年第 一 学期考试卷

课程 《数学分析》 考试形式 (闭卷, 考试)

学院 数学与信息科学 系 \_\_\_\_\_ 专业 \_\_\_\_\_

08 级 \_\_\_\_\_ 班 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

题次	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	评卷人
分数	10	15	36	8	31				100	
评分										

一、填空题 (2分 / 题, 共 10分)

1、  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(\ln 2)^n} = \underline{\hspace{2cm}}$  ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(\ln 3)^n} = \underline{\hspace{2cm}}$  。

2、  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{5x} = \underline{\hspace{2cm}}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 5x}{\arcsin 3x} = \underline{\hspace{2cm}}$  。

3、若  $f(x) = \frac{\ln(1+x^6)}{x^6(x-10)}$  , 则 0 为 \_\_\_\_\_ 间断点; 而 10 为 \_\_\_\_\_ 间断点。

4、介值性定理的内容是: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 。

5、  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^e - 1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$  。

二、单项选择题 (3分/题, 共 15分)

1、若  $f(x) = \begin{cases} 2 \sin x, & x \geq 0 \\ 2x - 5a, & x < 0 \end{cases}$  , 则当  $a = \underline{\hspace{2cm}}$  时  $f(x)$  在 0 点连续。

A、2;                      B、5;                      C、-5;                      D、0。

2、设  $f(x)$  在  $U(x_0)$  有定义，则下列结论正确的是( )。

A、 $f(x)$  在  $x_0$  连续  $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在，且  $f(x)$  在  $x_0$  有定义；

B、 $f'(x_0)$  存在  $\Leftrightarrow f'_+(x_0)$ 、 $f'_-(x_0)$  存在且相等；

C、若  $f(x)$  在  $x_0$  连续，则  $f'(x_0)$  存在；

D、若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在，则  $f(x)$  在  $x_0$  必有定义。

3、设  $S$  为有界集， $a = \inf S$ ， $b = \sup S$ ，则正确的是 ( )

A、 $\min S = a$ ， $\max S = b$ ；

B、 $a$  是  $S$  的最小上界、 $b$  是  $S$  的最大上界；

C、 $a, b \in S$ ；

D、 $a$  是  $S$  的最大下界、 $b$  是  $S$  的最小上界。

4、下面结论正确的是( )。

A、无穷小量是一个很小的数；

B、若  $f(x)$  在  $U^0(x_0)$  无界，则当  $x \rightarrow x_0$  时， $f(x)$  为无穷大量；

C、若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ ，则  $f(x)$  在  $U^0(x_0)$  必无界。

D、若  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ ，则  $f(x) = o(g(x))$ ， $(x \rightarrow x_0)$ ；

5、下列叙述错误的是\_\_\_\_\_。

A、函数  $f(x)$  在  $x_0$  可微是  $f(x)$  在点  $x_0$  连续的充分条件；

B、 $f(x)$  在  $x_0$  可导  $\Leftrightarrow f(x)$  在  $x_0$  可微；

C、 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在是  $f(x)$  在  $x_0$  连续的必要条件；

D、若  $\forall x \in U^0(x_0)$ ，有  $f(x) > g(x)$ ，则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 。

三、计算题 (6分/题，共 36分)

1、求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n}$  ( $|a| < 1, |b| < 1$ )。

2、求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$

3、已知  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{x-1}$ , 求  $f'(x)$  及  $f''(-1)$ .

4、求  $y = (\cos x^2)^{x^2}$  的微分  $dy$ 。

5、求  $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x \left(\frac{b}{x}\right)^a \left(\frac{x}{a}\right)^b$  的导数  $y'$ , ( $a > 0, b > 0$ )

6、设  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + ax + 3}{x + 1} = b$ , ( $a$ 、 $b$ 为常数), 求  $a$ 、 $b$  的值.

四、应用题 (8分)

已知曲线参数方程:  $x = t^3 - 1$ ,  $y = t^2 - 1$ . ( $t$ 是参数)

(1)求该曲线在  $t = 1$  对应点的切线方程与法线方程;

(2)计算二阶导数  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

五、证明题（4 小题，共 31 分）

1、证明： $f(x) = \cos \sqrt{x}$  在  $[0, +\infty)$  上一致连续。（8 分）

2、用Lagrange中值定理证明  $\frac{h}{1+h^2} < \arctan h < h, (h > 0)$ . (7分)

3、设  $a, b > 0$ . 证明方程  $x^3 + ax + b = 0$  不存在正根. (8分)

4、证明: 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = \cos \frac{1}{4x}$  的极限不存在. (8分)