院、系领导审批并签名		A 卷

广州大学 2009-2010 学年第 一 学期考试卷

课程 数学分析（1） 考试形式（闭卷，考试）

学院________系________专业________班级________学号________姓名________

题次	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	评卷人
分数	10	15	36	8	31				100	
评分										

一、填 空 题 （2 分 / 题，共 10 分）

1、 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{(\ln\pi)^n}=$______ ； $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{(\log_\pi e)^n}=$______ 。

2、$\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-2x}=$__________； $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\sin\left(tg^2 x\right)}{\sin x}=$____________________。

3、若$f(x)=\dfrac{\ln(5-x)}{(4-x)}\cdot e^{-\frac{1}{x}}$ ，则 x=4 为________间断点; x= 0 为__________间断点。

4、洛尔定理的内容是：____

____。

5、 $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[\ln(x+1)-\ln x\right]=$________________。

二、单项选择题 （3 分/题，共 15 分）

1、 若$f(x)=\begin{cases}e^x, & x>0\\ a+2, & x\le 0\end{cases}$，则当 $a=$______ 时 $f(x)$ 在 0 点连续。

A、0； ***B***、1； ***C***、－1； ***D***、-2.

2、设$f(x)$在$U(x_0)$有定义，则下列结论正确的是( ).

A、$f(x)$在x_0有定义，则 $f(x_0+0)$、$f(x_0-0)$存在；

B、$f(x)$在x_0连续，$\Leftrightarrow$ $f(x_0+0)$、$f(x_0-0)$存在且相等；

C、$f(x)$在x_0间断，则 $f(x_0+0)$、$f(x_0-0)$至少有一个不存在；

D、若$f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在，则$f(x)$在x_0必连续。

3、设$A\subseteq B\subseteq R$(实数集)，A、$B\neq\Phi$且有界，则正确的是（　　）

A、$\inf A=\min A, \sup A=\max A$;

B、$\inf B\le\inf A\le\sup B$；

C、$\inf A+\sup A\ge\inf B+\sup B$；

D、$\inf A+\sup A\le\inf B+\sup B$；

4、下面结论正确的是(　　　).

A、若 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=0$，则 $f(x)=o(g(x)),(x\to x_0)$;

B、若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$，则 $f(x)$在$U^0(x_0)$可能无界；

C、$f(x)$在$U^0(x_0)$无界，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$；

D、若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$，则曲线$y=f(x)$有垂直渐近线$x=x_0$;

5、下列叙述错误的是__________。

A、$f(x)$在x_0可微$\Leftrightarrow$在曲线$y=f(x)$的点$(x_0,f(x_0))$上存在不平行y轴的切线；

B、$f'(x_0)$存在$\Leftrightarrow f'_+(x_0)$、$f'_-(x_0)$存在且相等；

C、$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=a\Leftrightarrow\forall$数列$\{x_n\},\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$,有$\lim\limits_{n\to\infty}f(x_n)=a$；

D、$\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

三、计算题（6 分/题，共 36 分）

1、求$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$

2、 求 $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

3、若 $f(x)$在x_0可导, 求 $\lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{f\left(x_0+\Delta x^4\right)-f\left(x_0\right)}{1-\cos\left(\Delta x^2\right)}$.

4、设 $\boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{g}$可导，求$\boldsymbol{y}=\sqrt{\boldsymbol{f}^2(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}^2(\boldsymbol{x})}$的微分d$\boldsymbol{y}$。

5、 求 $\boldsymbol{y}=\left[\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}^2\right)\right]^{\frac{1}{x}}$的导数$\boldsymbol{y}'$，其中$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})>0$且可微。

6、已知 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+ax^2+b}{x-1}=5$， a与b均为常数，求a、b的值.

四、应用题 （8 分）

已知曲线方程：$x=1-t^2, y=t-t^3$.（t为参数）

1)求过该曲线$t=1$对应点的切线方程与法线方程;

2）求$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

五、证明题 （4 小题，共 31 分）

1、若$f(x)$在$[a,+\infty)$上连续，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[bx-f(x)\right]=0$，其中b为非零常数，

则$f(x)$在$[a,+\infty)$上一致连续。（7 分）

2、证明 $\forall x \in [-1,1], \arcsin x + \arccos x \equiv \frac{\pi}{2}$. (7分)

3、设 f_1、f_2 在 $[a, b]$ 上连续，且 $f_1(a) < f_2(a)$，$f_1(b) > f_2(b)$，证明在 (a, b) 内存在一点 ξ，使得 $f_1(\xi) = f_2(\xi)$. (9分)

4、证明当$x \to \infty$时，$f(x) = \sin \frac{2}{5}x$ 极限不存在.　　(8分）